

微分積分 I (火曜2限)	入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ	
期末試験							氏名	

●最終的な答えだけを書くのではなく、途中の計算や説明も簡潔に書くこと。そうでない場合は大きく減点する。

1) $f(x) = \frac{4x+5}{2x+3}$ とする。

a) $f(x)$ の定義域を述べよ。

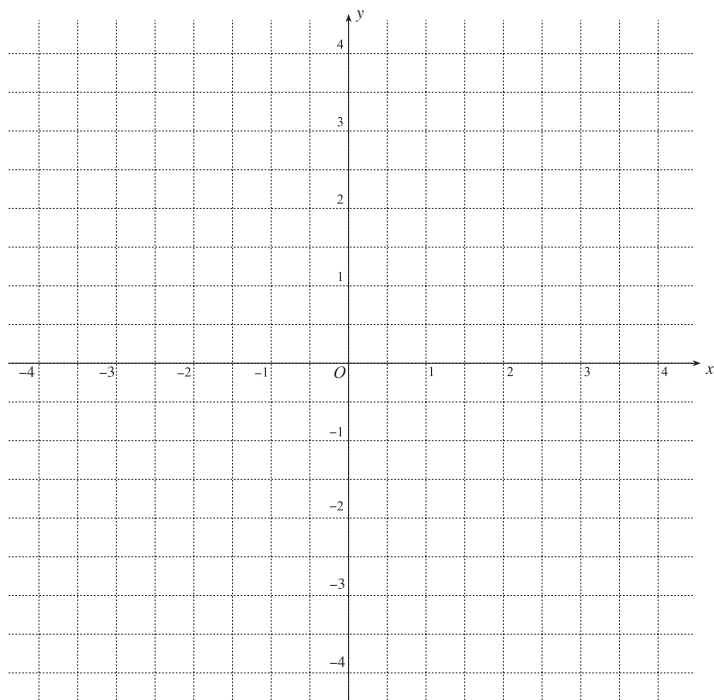
b) $f(x)$ を $a + \frac{b}{2x+3}$ の形に表せ。

c) x が -1 から $-1+h$ まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求め、なるべく簡単な形で表せ。[ヒント：前問の形に直してから計算するとよい。]

d) $f(x)$ の $x = -1$ における微分係数を極限による定義を用いて直接計算せよ。

e) $y = f(x)$ のグラフの $(-1, f(-1))$ における接線の方程式を求めよ。

f) $y = f(x)$ のグラフ、e) で求めた接線、および直線 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ を下の座標平面内に描け。



g) $y = f(x)$ のグラフと直線 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ の交点を求めよ。

h) グラフを利用して不等式 $\frac{4x+5}{2x+3} \leq -\frac{1}{2}x + 2$ を解け。

i) $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求め、その定義域を述べよ。

j) $y = f(x)$ および $y = f^{-1}(x)$ の値域を述べよ。

k) $(f \circ f^{-1})(x) = x$ が成り立つことを確かめよ。

2) $f(x)$ が微分可能で、 $f(x) \geq 0$ をみたすとき、 $(\sqrt{f(x)})'$ を求めよ。

3) $f(x), g(x)$ が微分可能な関数であるとき、 $(f(x)e^{g(x)})'$ を求めよ。

4 $f(x) = \sqrt{2x+3}$ とする。以下の問いに答えよ。

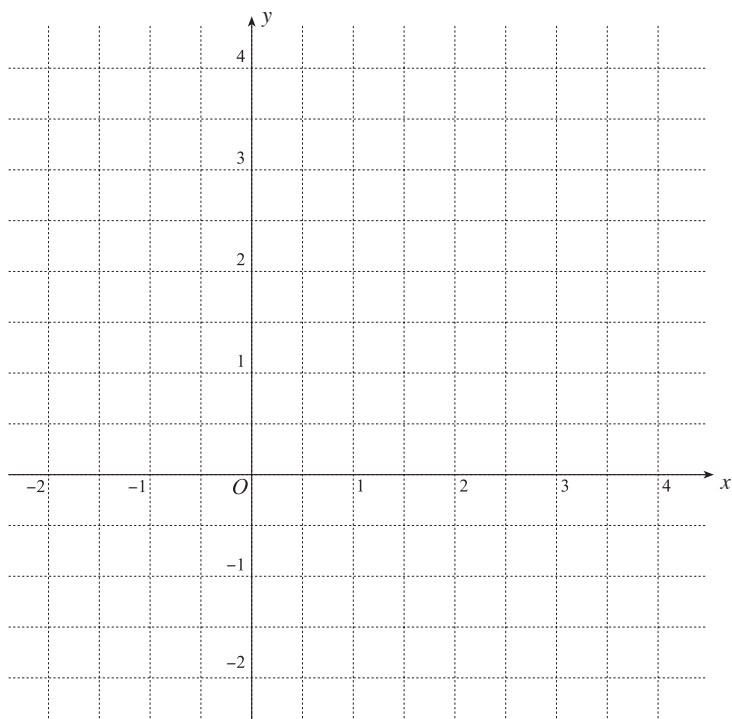
a) 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域を求めよ。

b) $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求め、その定義域と値域を述べよ。

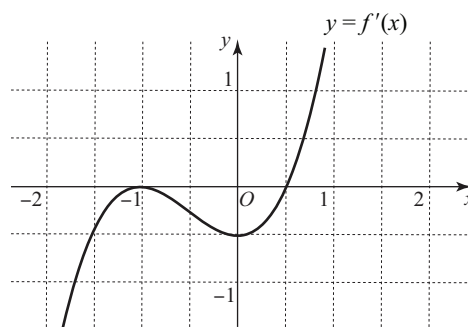
c) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。(定義に戻る必要はない。)

d) $y = f(x)$ のグラフの $(3, f(3))$ における接線の方程式を求めよ。

e) $y = f(x)$ のグラフ、 $(3, f(3))$ における接線、および逆関数 $y = f^{-1}(x)$ のグラフの3つを右上の座標平面内に描け。



5 下の図はある関数 $f(x)$ について、その導関数のグラフ $y = f'(x)$ の概形を示したものである。



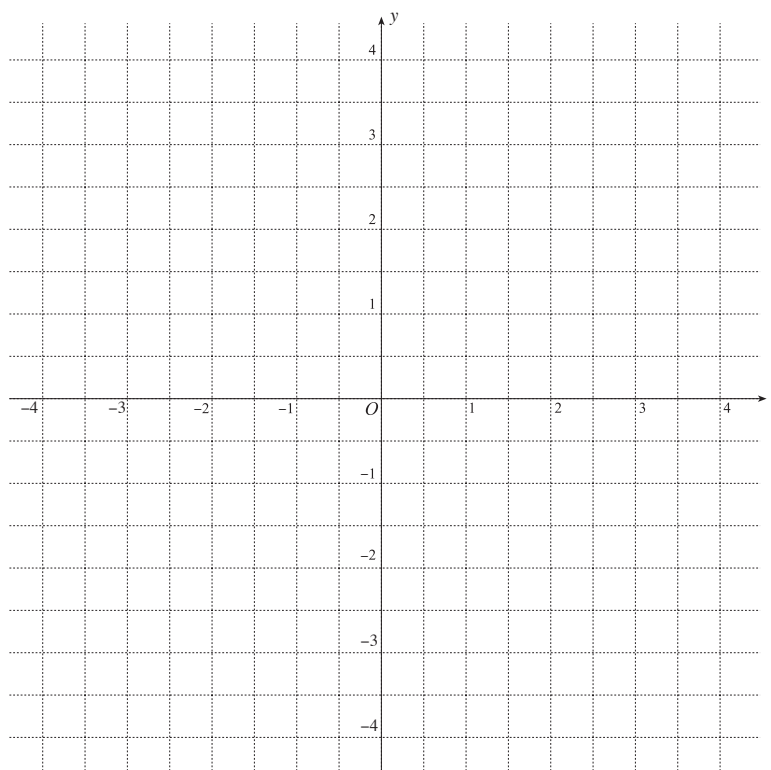
a) 上の図をもとに、関数 $f(x)$ の増減表を書いて、曲線 $y = f(x)$ の凹凸を調べよ。(凹凸は曲がった矢印 \nearrow \searrow \curvearrowright \curvearrowleft で表すこと。)

x
$f'(x)$							
$f''(x)$							
$f(x)$							

b) 関数 $f(x)$ が極大、極小となる x の値と、曲線 $y = f(x)$ の変曲点の x 座標を求めよ。

c) さらに、 $f(x)$ の値が下の表に示されているとおりにする。このとき、 $y = f(x)$ のグラフを可能な限り忠実に描き、極大・極小点および変曲点を示せ。

x	$-\frac{5}{2}$	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$
$f(x)$	4.91	0.5	-0.84	-1	-1.5	-1.84	-1	2.91



微分積分 I (火曜 2 限)	入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ	
期末試験							氏名	

6) $f(x) = \frac{\log x}{x}$ とする.

a) $f(x)$ の定義域を述べよ.

b) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ.

c) $f'(x) = 0$ となる x と, $f'(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ.

d) $f(x)$ の 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ.

e) $f''(x) = 0$ となる x と, $f''(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ.

f) $f(x)$ の増減表を完成させよ. (増減だけでなくグラフの凹凸も調べ, 曲がった矢印 ↗ ↘ ↙ ↘ で表すこと.)

x	
$f'(x)$	
$f''(x)$	
$f(x)$	

g) $f(x)$ が極大・極小となる x の値を求めよ.

h) $y = f(x)$ のグラフの変曲点の x 座標を求めよ.

i) f) の増減表を用い, $\frac{\log \pi}{\pi} < \frac{\log 3}{3}$ を示せ.

j) i) の結果を用い, π^3 と 3^π のどちらが大きいかを示せ.

[ヒント: まず, $3 \log \pi$ と $\pi \log 3$ の大きさを比較せよ.]

7) 次の各々の関数の導関数を求めよ.

a) $f(x) = e^{\sqrt{1-2x}}$

b) $f(x) = \sqrt[3]{1-2x+3x^2}$

c) $f(x) = \log\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

【解答用紙が足らなければこの部分も使用して下さい】