| 入学年度 | 学部 | 学科 | 組 | 番号 | 検 | フリガナ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 氏名 |

1 あるバスの路線では，バスの乗車を予約した人が実際に利用する確率は95%であるという．座席数48に対して50人が乗車券を予約したとすると，座席が不足する確率はいくらか．ただし，$0.95^{49} = 0.081$ として計算せよ．

実際にバスを利用する人数を $X$ とする。 $X \sim B(50, 0.95)$

$P(X>48)$ を求めればよい．

$$P(X>48) = P(X=50) + P(X=49)$$
$$= {}_{50}C_{50}\, 0.95^{50} + {}_{50}C_{49}\, 0.95^{49} \times (1-0.95)$$
$$= 0.95^{50} + 50 \times 0.05 \times 0.95^{49}$$
$$= 0.95^{49}(0.95 + 2.5)$$
$$= 0.27945$$
$$\fallingdotseq 0.28 \quad (=28\%)$$

2 ある会社で発売しているパンジーの種子の発芽率は，温度18°Cのとき60%であるという．この会社で発売したパンジーの種子100個を，温度18°Cに下温室にまくとき，芽を出すパンジーの本数 $X$ の期待値と標準偏差を求めよ．

$X \sim B(100, 0.6)$

$$E(X) = 100 \times 0.6 = 60$$
$$V(X) = 100 \times 0.6 \times (1-0.6) = 24$$
$$\sigma(X) = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \quad (\fallingdotseq 4.90)$$

3 1枚で10点を表すコインを9枚同時に投げるとき，次の問に答えよ．

a) 表が出る枚数 $X$ の期待値，分散，標準偏差を求めよ．

$X \sim B(9, \tfrac{1}{2})$

$$E(X) = 9 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \quad (=4.5)$$
$$V(X) = 9 \times \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{9}{4} \quad (=2.25)$$
$$\sigma(X) = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} \quad (=1.5)$$

b) a) で表が出たコインをすべてもらえるとする．このときの得点 $Y$ の期待値，分散，標準偏差を求めよ．ただし，手数料として20点は差し引かれるものとする．

$$Y = 10X - 20$$
$$E(Y) = E(10X-20) = 10E(X) - 20$$
$$= 10 \times \frac{9}{2} - 20 = 25$$
$$V(Y) = V(10X-20) = 10^2 V(X)$$
$$= 100 \times \frac{9}{4} = 225$$
$$\sigma(Y) = \sqrt{225} = 15$$

4 さいころが1個，硬貨が1枚ある．持ち点0からはじめて，さいころを投げるときは，出る目の数を持ち点に加え，硬貨を投げるときは，表ならば持ち点を2倍にし，裏ならそのままとする．さいころ，硬貨，さいころの順に計3回投げるとき，持ち点 $Z$ の期待値を求めたい．

a) 最初と最後に投げたさいころの出た目の数を，それぞれ $X_1$，$X_2$ とする．また，確率変数 $Y$ を，硬貨を投げたときに表が出たなら2，裏が出たなら1という値をとる確率変数とする．$X_1$，$Y$，$X_2$ の期待値を求めよ．

$$E(X_1) = E(X_2) = \frac{7}{2}$$

$$E(Y) = 2\times\frac{1}{2} + 1\times\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

b) 持ち点を $Z$ を $X_1$，$Y$，$X_2$ で表せ．

$$Z = YX_1 + X_2$$

c) $Z$ の期待値を求めよ．

$$E(Z) = E(YX_1 + X_2) = E(YX_1) + E(X_2)$$

$$= E(Y)E(X_1) + E(X_2) \quad (\because X_1 と Y は独立だから)$$

$$= \frac{3}{2}\times\frac{7}{2} + \frac{7}{2}$$

$$= \frac{35}{4}$$

5 2018サッカーW杯でこれまでに行われた60試合について，各チームが1試合中に挙げた得点についてのデータを表にしてみると下のようになった．

| 得点 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 計 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 試合数 | 31 | 43 | 32 | 10 | 1 | 2 | 1 | 0 | 120 |

a) チームが1試合に挙げた得点を確率変数 $X$ とみなしたとき，確率分布を求めよ．

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 計 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0.258 | 0.358 | 0.267 | 0.083 | 0.0083 | 0.0167 | 0.0083 | 0 | 1 |

b) 1チームが1試合に挙げた平均得点 $\mu$ を求めよ．

$$\mu = \frac{1}{120}(43\times1 + 32\times2 + 10\times3 + 1\times4 + 2\times5 + 1\times6)$$

$$= \frac{157}{125} \fallingdotseq 1.31$$

c) $\mu$ を b) でもとめた平均得点とする．$Y$ を二項分布 $B\left(90, \frac{\mu}{90}\right)$ に従う確率変数とするとき，$Y$ の確率分布を求めよ．

| $Y$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 計 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0.267 | 0.355 | 0.233 | 0.101 | 0.032 | 0.0082 | 0.0017 | 0.0003 | 0.999 |

$$P(Y) = {}_{50}C_k \left(\frac{1.31}{90}\right)^k \left(1-\frac{1.31}{90}\right)^{50-k}$$ で計算できる．

(授業では $k$ と $50-k$ が反対でした，すみません)

この計算はスマホでできる。

(上の計算は実際にiPhoneで行ったもの)

a) と b) の分布がよく似ていることに注意

担当：鍬田 政人 (kuwata@tamacc.chuo-u.ac.jp)