

基礎数学 A1 (金曜 2 限)	入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ
中間試験							氏名

●最終的な答えだけを書くのではなく、途中の計算や説明も簡潔に書くこと。そうでない場合は大きく減点する。

1 a) 次の式を計算せよ。

$$4A - 3(B - 2(C - (B - A))) = 4A - 3B + 6C - 6B + 6A$$

$$= 10A - 9B + 6C$$

b) $A = 2x^2 - x + 3$, $B = 3x^2 + x + 2$, $C = 2x^2 + 3x - 1$ とするとき、次の式を計算せよ。

$$4A - 3(B - 2(C - (B - A))) = 10A - 9B + 6C$$

$$= 10(2x^2 - x + 3) - 9(3x^2 + x + 2) + 6(2x^2 + 3x - 1)$$

$$= 5x^2 - x + 6$$

2 次の各式を展開せよ。

a) $(5a^2 + 2bc)(3a^2 - 4bc) = 15a^4 - 14a^2bc - 8b^2c^2$

b) $(x - y + z)(x + y - z) = (x - y)(x + y) - (x - y)z + z(x + y) - z^2 = x^2 - y^2 + 2zy - z^2$

3 次の各式を因数分解せよ。

a) $3a^2 - 12b^2 = 3(a - 2b)(a + 2b)$

b) $x^2 + \frac{10}{3}x + 1 = \frac{1}{3}(3x^2 + 10x + 3) = \frac{1}{3}(3x + 1)(x + 3)$

c) $6x^2 - 11xy - 2y^2 = (6x + y)(x - 2y)$

d) $x^3 - 8y^3 = (x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)$

4 $P(x) = \frac{a}{b}\left(1 - \frac{a}{x}\right) + \frac{b}{a}\left(1 - \frac{b}{x}\right)$ のとき、 $P(a + b)$ を求めよ。

$$P(a + b) = \frac{a}{b}\left(1 - \frac{a}{a + b}\right) + \frac{b}{a}\left(1 - \frac{b}{a + b}\right)$$

$$= \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a + b} + \frac{b}{a} \cdot \frac{a}{a + b}$$

$$= \frac{a + b}{a + b} = 1$$

5 次の整式の組の最大公約数と最小公倍数を求めよ。

$$(x^2 - 1)(x + 2)^2, (x + 1)^2(x^2 - 4),$$

$$\text{最大公約数} = (x + 1)(x + 2)$$

$$\text{最小公倍数} = (x - 1)(x + 1)^2(x - 2)(x + 2)^2$$

6 次の除法を行い、商と余りを求めよ。

$$2x^2 - 2x + 1 \overline{) x^3 + x^2 - 2x - 1}$$

$$\underline{x^3 - x^2 + \frac{1}{2}x}$$

$$2x^2 - \frac{5}{2}x - 1$$

$$\underline{2x^2 - 2x + 1}$$

$$-\frac{1}{2}x - 2$$

$$\text{商} = \frac{1}{2}x + 1 \quad \text{余り} = -\frac{1}{2}x - 2$$

7 $P(x) = x^3 - x^2 - 5x - 3$ とする。

a) $P(-1)$ を求めよ。 $P(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - 5(-1) - 3$
 $= -1 - 1 + 5 - 3 = 0$

b) $P(x)$ を因数分解せよ。

$$P(x) = (x + 1)(x^2 - 2x + 3)$$

$$= (x + 1)^2(x - 3)$$

8 次の分数式を、整式と分子が分母より低次の分数式との和の形にせよ。

a) $\frac{2x - 1}{x + 2} = 2 - \frac{5}{x + 2}$

b) $\frac{x^3 + 2x^2 + 1}{x^2 + 1} = x + \frac{-x - 1}{x^2 + 1}$

9 次の分数式をなるべく簡単にせよ。

a) $\frac{12ab}{\frac{4a}{b}} = 3b^2$

b) $\frac{3x^2y}{6x^2y - 2xy^2} = \frac{3x}{6x - 2y}$

c) $\frac{(a^2b)^3}{(3c)^2} \times \frac{6c}{(ab)^2} = \frac{2a^4b}{3c}$

d) $\frac{4a}{(-2b)^2} \div \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{4a}{4b^2} \times \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{a}$

e) $\frac{a^2 - b^2}{a^2b + ab^2} \div \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^3 + a^2b + ab^2} \times \frac{a^2b + ab^2}{a^3 - b^3}$

$$= \frac{(a - b)(a + b)}{ab(a + b)} \times \frac{a(a^2 + ab + b^2)}{(a + b)^2} \times \frac{ab(a + b)}{(a - b)(a^2 + ab + b^2)}$$

$$= \frac{a}{a + b}$$

f) $\left(\frac{x}{1 + x} - \frac{1}{1 - x}\right) \div \left(\frac{x}{1 - x} + \frac{1}{1 + x}\right)$

$$= \frac{x - x^2 - 1 - x}{(1 + x)(1 - x)} \div \frac{x + x^2 + 1 - x}{(1 - x)(1 + x)}$$

$$= \frac{-(x^2 + 1)}{(1 + x)(1 - x)} \times \frac{(1 - x)(1 + x)}{x^2 + 1} = -1$$

$$\begin{aligned}
 \text{g) } \frac{2x^2}{4x^2-y^2} + \frac{x-y}{y-2x} &= \frac{2x^2}{(2x-y)(2x+y)} + \frac{x-y}{y-2x} \\
 &= \frac{2x^2 - (x-y)(2x+y)}{(2x-y)(2x+y)} = \frac{xy+y^2}{(2x-y)(2x+y)} \\
 &= \frac{y(x+y)}{(2x-y)(2x+y)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{h) } \frac{x-2}{2x^2+x-1} + \frac{3x-2}{2x^2-3x+1} \\
 &= \frac{x-2}{(2x-1)(x+1)} + \frac{3x-2}{(2x-1)(x-1)} \\
 &= \frac{(x-2)(x-1) + (3x-2)(x+1)}{(2x-1)(x+1)(x-1)} \\
 &= \frac{4x^2-2x}{(2x-1)(x+1)(x-1)} = \frac{2x(2x-1)}{(2x-1)(x+1)(x-1)} \\
 &= \frac{2x}{(x+1)(x-1)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{i) } \frac{a}{ab+b^2} - \frac{b}{ba+a^2} &= \frac{a}{b(a+b)} - \frac{b}{a(b+a)} \\
 &= \frac{a^2-b^2}{ab(a+b)} = \frac{(a-b)(a+b)}{ab(a+b)} \\
 &= \frac{a-b}{ab} \left(= \frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right)
 \end{aligned}$$

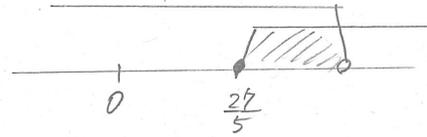
$$\begin{aligned}
 \text{j) } \frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{x(x-1)} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} \\
 &= \frac{(x-1)(x-2) + (x+1)(x-2) + x(x+1)}{(x+1)x(x-1)(x-2)} \\
 &= \frac{3x(x-1)}{(x+1)x(x-1)(x-2)} \\
 &= \frac{3}{(x+1)(x-2)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{k) } \frac{\frac{x+2}{x-1} - \frac{x-2}{x+1}}{\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-2}} &= \frac{\frac{(x+2)(x+1) - (x-2)(x-1)}{(x-1)(x+1)}}{\frac{(x-2) + 2(x+1)}{(x+1)(x-2)}} \\
 &= \frac{6x}{(x-1)(x+1)} \times \frac{(x+1)(x-2)}{3x} \\
 &= \frac{2(x-2)}{x-1}
 \end{aligned}$$

10 次の不等式を解け。またその解を数直線上に表せ。

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{2}x + 1 > x - 3 & \text{--- ①} \\ \frac{2}{3}x - 4 \geq 5 - x & \text{--- ②} \end{cases}$$

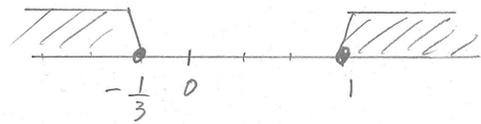
$$\begin{aligned}
 \text{① } -\frac{1}{2}x > -4 &\Leftrightarrow x < 8 \\
 \text{② } \frac{5}{3}x \geq 9 &\Leftrightarrow x \geq \frac{27}{5}
 \end{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{あわせ} \\ \frac{27}{5} \leq x < 8 \end{array}$$



$$\text{b) } |3x-1| \geq 2$$

$$\Leftrightarrow -3x-1 \leq -2 \quad \text{または} \quad 3x-1 \geq 2$$

$$\Leftrightarrow x \leq -\frac{1}{3} \quad \text{または} \quad x \geq 1$$



11 4 km の道のりを、歩くか走って行くことにした。ただし、歩くときの速さは分速 80 m で、走るときの速さは分速 200 m である。目的地に着くまでにかかる時間を 32 分にするとき、歩く道のりを何 m にすればよいか。

歩く道のりを x m, 走る道のりを y m とする。

全部で 4 km = 4000 m の道のりなので

$$x + y = 4000 \quad \text{--- ①}$$

x m 歩くには $\frac{x}{80}$ 分かかり、 y m 走るには $\frac{y}{200}$ 分かかると

$$\frac{x}{80} + \frac{y}{200} = 32 \quad \text{--- ②}$$

$$\text{②} \times 400 \quad 5x + 2y = 12800 \quad \text{--- ②'}$$

$$\text{①} \times 2 \quad 2x + 2y = 8000 \quad \text{--- ①'}$$

$$\text{②' - ①'} \quad 3x = 4800$$

$$x = 1600$$

歩く道のりを 1600 m とすればよい

12 ある鉄道会社では、最低運賃 120 円から 10 円刻みで運賃が設定されていた。消費税率の引き上げに伴い仮に次のように運賃を改定したとする。まず改定前の運賃に 108/105 を乗じ、10 円未満の端数を四捨五入して 10 円単位とした額を新運賃とする。このとき、値上がりしないような運賃の範囲を求めよ。

改定前の運賃を x 円とすると

四捨五入前の値上げ額は

$$\frac{108}{105}x - x = \frac{3}{105}x = \frac{1}{35}x$$

これを 10 円未満の端数を四捨五入したとき、0 円と

なるのは

$$\frac{1}{35}x < 5$$

$$\therefore x < 175$$

すなわち、120 円から 170 円までは値上がりしない