

微分積分 II — 期末試験

2017 年 1 月 24 日

時間 60 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく途中の計算や説明も書くこと. これがない場合, 大幅な減点をすることもある.

1] つぎの 2 変数関数について, 2 階の偏微分までをすべて計算せよ.

a) $f(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2}$ b) $f(x, y) = (y - x)e^{-xy}$

2] 関数 $f(x, y) = x^3 + 3x^2 - 6xy + 3y^2 + 9x - 12y$ の臨界点 (すべての偏微分が 0 になる点) をすべてもとめ, 各臨界点において極大・極小を判定せよ.

3] 消費者の効用関数が $u(x, y) = \frac{1}{3} \log x + \frac{2}{3} \log y$ で与えられているとする. このとき, $40x + 10y = 120$ という条件のもとで効用 $u(x, y)$ を最大にするような (x, y) を Lagrange の乗数法により求めよ.

4] 次の不定積分を求めよ.

a) $\int \frac{x}{\sqrt{1+2x}} dx$ ($1+2x=t$ とおく.) b) $\int (2x-1)e^{-x} dx$

5] $\sqrt{26} = 5\sqrt{1 + \frac{4}{100}}$ という表示と $\sqrt{1+x}$ の 2 次近似の式を用い $\sqrt{26}$ の近似値を求めよ. また, このようにして得られた近似値と $\sqrt{26}$ の値とは小数第何位まで一致するといえるか.

6] 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x) - x\sqrt{1-x}}{x^3}$ を求めよ. ただし, 次の漸近展開の公式は自由に用いてよい.

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + o(x^4)$$

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + o(x^n)$$