復習問題　略解

$\boxed{1}$ $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\left(\frac{1}{(2+h)^2}-\frac{1}{4}\right)=\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\frac{-h^2-4h}{4(2+h)^2}=\lim_{h\to 0}\frac{-h-4}{4(2+h)^2}=\frac{-4}{4\times 2^2}=-\frac{1}{4}$

$\boxed{2}$ a) $\dfrac{f(2)-f(1)}{2-1}=\dfrac{2}{3}$　b) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=2$　c) $y=2x-3$　d) 別紙参照

$\boxed{3}$ a) $\dfrac{f(2)-f(1)}{2-1}=-\sqrt{3}+1$　b) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=-1$　c) $y=-x$　d) 別紙参照

$\boxed{4}$ a) 別紙グラフより，$0<x<1$，$2<x$　b) 別紙グラフより，$x \leqq 1$

$\boxed{5}$ a) $(g\circ f)(x)=1+a-ax$，$(f\circ g)(x)=-\dfrac{x}{a}$.

b) $1+a-ax=x$ がすべての x になついて成り立たなければ行けないので，$a=-1$. (このとき $(f\circ g)(x)=x$ も成り立っていることに注意.)

$\boxed{6}$ a) 定義域 $x\neq -2$, 値域 $y\neq 2$；逆関数 $f^{-1}(x)=-\dfrac{2x+1}{x-2}$，逆関数の定義域 $x\neq 2$, 値域 $y\neq -2$.

b) 定義域 $x\leqq 2$, 値域 $y\leqq 0$；逆関数 $f^{-1}(x)=2-x^2$，逆関数の定義域 $x\leqq 0$, 値域 $y\leqq 2$.

$\boxed{7}$ 次の関数を変数 x で微分せよ.

a) $f'(x)=3(4x+5)(2x^2+5x-6)^2$

b) $f'(x)=(x-1)^4+4x(x-1)^3$

c) $f'(x)=\dfrac{-4x}{(x^2-3)^3}$

d) $f'(x)=\dfrac{-2(3x^2-15x-1)}{(3x^2+1)^2}$

e) $f'(x)=\dfrac{1-3x}{2\sqrt{2-x}}$

f) $f'(x)=-\dfrac{1}{3}\sqrt[3]{\dfrac{1}{(x+4)^4}}$

g) $f'(x)=(1-2x)e^{-2x}$

h) $f'(x)=\dfrac{2e^x}{(1-e^x)^2}$

i) $f'(x)=\dfrac{2}{(x-1)(x+1)}$

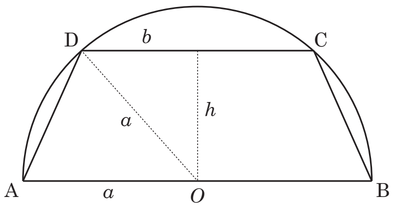
$\boxed{8}$ 別紙グラフ参照

$\boxed{9}$ a) 最大値 $\sqrt{2}$（$x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ のとき)，最小値 -1（$x=-1$ のとき).

b) 最大値 $e^{-2}=0.135335\ldots$（$x=1$ のとき)，最小値 -1（$x=0$ のとき).

【裏につづく】

$\boxed{10}$ 台形の高さを h とし，上底の長さ（辺 CD の長さ）を $2b$ とおくと，図のように $a^2 = b^2 + h^2$ が成り立つ．



したがって，$b = \sqrt{a^2 - h^2}$ となる．このとき，$S = \dfrac{2a + 2b}{2}h$ であるから，$S = h(a + \sqrt{a^2 - h^2})$.

$$\frac{dS}{dh} = \frac{a\sqrt{a^2 - h^2} + a^2 - 2h^2}{\sqrt{a^2 - h^2}}$$

$\dfrac{dS}{dh} = 0$ となるのは $a\sqrt{a^2 - h^2} + a^2 - 2h^2 = 0$ のときであるが，$a\sqrt{a^2 - h^2} = -a^2 + 2h^2$ の両辺を２乗して整理することにより，$4h^4 = 3a^2h^2$ を得る．$h > 0$ であることに注意して $\dfrac{dS}{dh} = 0$ となるのは $h = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$ のとき．$0 < h < a$ の範囲で S の増減表を書けば（省略），$h = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$ のとき S が最大になることがわかり，S の最大値は $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}a^2$.

$\boxed{11}$ a) 真数条件より，$x > -1$.

b) $f'(x) = \dfrac{-x}{1 + x}$ より，増減表を書けば（省略），$f(x)$ は $x = 0$ のとき最大値 0 をとることがわかる.

c) b) より，定義域 $x > -1$ で $f(x) \geqq 0$. これは $\log(1 + x) \geqq x$ を意味する.

$\boxed{12}$ $\dfrac{Q(L)}{L}$ を最大にするような L では，$\left(\dfrac{Q(L)}{L}\right)' = 0$ が成り立つ．一方，商の微分法により

$$\left(\frac{Q(L)}{L}\right)' = \frac{Q'(L)L - Q(L)}{L^2} = \frac{Q'(L) - \frac{Q(L)}{L}}{L}$$

が成り立つ．したがって，

$$Q'(L^*) - \frac{Q(L^*)}{L^*} = 0$$