入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ
						氏名

1 $f(x)$，$g(x)$ が微分可能な関数であるとき，$\left(g(x)e^{f(x)}\right)'$ を求めよ．

$$\left(g(x)e^{f(x)}\right)' = g'(x)e^{f(x)} + g(x)\left(e^{f(x)}\right)'$$
$$= g'(x)e^{f(x)} + g(x)e^{f(x)}\cdot f'(x)$$
$$= \left(g'(x) + g(x)f'(x)\right)e^{f(x)}$$

2 $f(x)$ が微分可能で，$f(x) > 0$ をみたすとき，$\left(\log f(x)\right)'$ を求めよ．

$$\left(\log f(x)\right)' = \frac{1}{f(x)} \times f'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

3 次の関数の導関数を求めよ．

a) $f(x) = x^2e^{-2x}$

$$f'(x) = (x^2)'e^{-2x} + x^2(e^{-2x})'$$
$$= 2xe^{-2x} + x^2e^{-2x} \times (-2x)'$$
$$= (2x - 2x^2)e^{-2x}$$
$$= 2x(1-x)e^{-2x}$$

b) $f(x) = e^{-x^2}$

$$f'(x) = e^{-x^2}\cdot(-x^2)'$$
$$= -2xe^{-x^2}$$

c) $f(x) = \log(x^2+1)$

$$f'(x) = \frac{1}{x^2+1} \times (x^2+1)'$$
$$= \frac{2x}{x^2+1}$$

d) $f(x) = e^x \log x$

$$f'(x) = (e^x)'\log x + e^x(\log x)'$$
$$= e^x \log x + e^x \times \frac{1}{x}$$
$$= \left(\log x + \frac{1}{x}\right)e^x$$

4 曲線 $y = \log x$ について，次のような接線の方程式を求めよ．また，その接点の座標を求めよ．

a) 傾きが e である．

$(a, \log a)$ における接線の方程式は

$$y - \log a = \frac{1}{a}(x - a)$$
$$y = \frac{1}{a}x + \log a - 1 \quad \text{—①}$$

傾きが e になるのは $\frac{1}{a} = e$ より

$a = \frac{1}{e}$ のとき

$$\therefore y = ex + \log\left(\frac{1}{e}\right) - 1$$
$$y = ex - 2$$

接点 $\left(\frac{1}{e}, -1\right)$

b) 原点を通る．

①が原点を通るのは

$\log a - 1 = 0$ より　$a = e$

$$\therefore y = \frac{1}{e}x$$

接点 $(e, 1)$

5 $f(x) = xe^{-x}$ とする．

a) 導関数 $f'(x)$ を求めよ．

$$f'(x) = (x)'e^{-x} + x(e^{-x})'$$
$$= e^{-x} + xe^{-x}\cdot(-x)'$$
$$= (1-x)e^{-x}$$

b) $f'(x) = 0$ となる x の値を求めよ．

e^{-x} は常に正の値をとるので．

$(1-x)e^{-x} = 0 \iff 1 - x = 0 \iff x = 1$

c) 関数 $f(x) = xe^{-x}$ の増減を調べ，増減表を完成させよ．

x	…	1	…
$f'(x)$	+	0	−
$f(x)$	↗	$\frac{1}{e}$	↘

$\boxed{6}$ $f(x) = \sqrt{-4x+12}$ のとする.

a) $f(x)$ の定義域，値域を求めよ.

定義域：$-4x+12 \geqq 0$ より $x \leqq 3$

値域：$y \geqq 0$

b) $f(x)$ の導関数を求めよ.

$$f'(x) = \left((-4x+12)^{\frac{1}{2}}\right)' = \frac{1}{2}(-4x+12)^{-\frac{1}{2}} \times (-4x+12)'$$

$$= \frac{-\cancel{4}\,2}{\cancel{2}\sqrt{-4x+12}} = \frac{-2}{\sqrt{-4x+12}}$$

c) $y = f(x)$ のグラフの $(2,2)$ における接線の方程式を求めよ.

$f'(2) = \frac{-2}{\sqrt{4}} = -1$ より

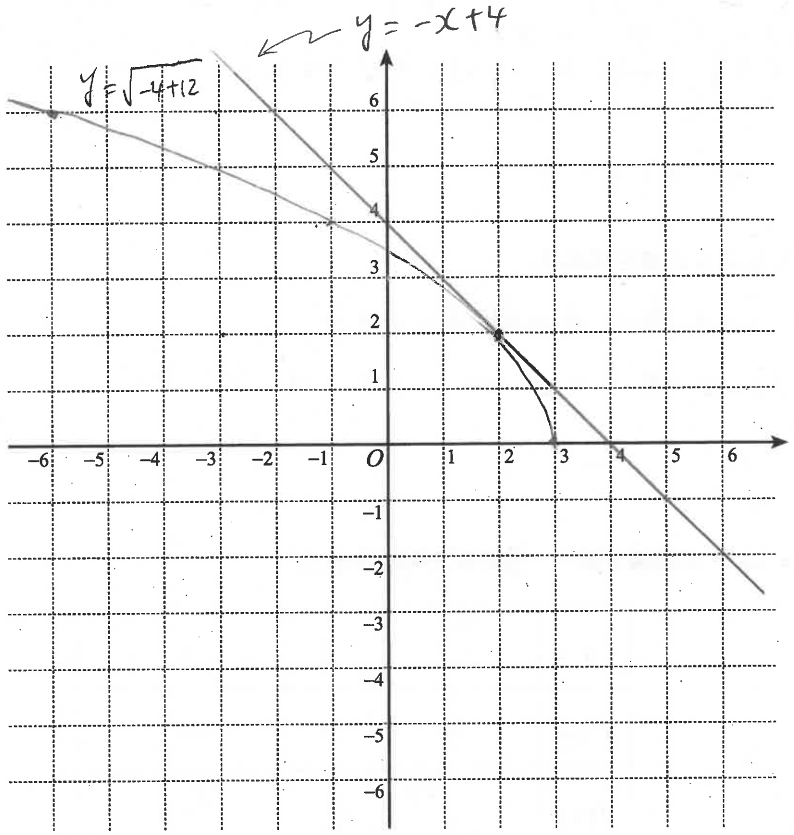
$y - 2 = -1(x-2) \Rightarrow y = -x+4$

d) $y = f(x)$ のグラフと $(2,2)$ における接線を描け.

$f(x)$ の逆関数は

$f^{-1}(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 3$

$(x \geqq 0)$



$\boxed{7}$ $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$ とする.

a) 関数 $f(x)$ の定義域を求めよ.

$4 - x^2 \geqq 0$

$\Leftrightarrow -2 \leqq x \leqq 2$

b) 導関数 $f'(x)$ を求めよ.

$$f'(x) = (x)'\sqrt{4-x^2} + x\left(\sqrt{4-x^2}\right)'$$

$$= \sqrt{4-x^2} + x\frac{(4-x^2)'}{2\sqrt{4-x^2}} = \sqrt{4-x^2} + \frac{-x^2}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$= \frac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}}$$

c) $f'(x) = 0$ となる x と，$f'(x) > 0$ となる範囲を求めよ.

($f'(x)$ が定義されるのは $-2<x<2$ のとき)

$\sqrt{4-x^2}$ は $-2<x<2$ のとき正だから，この範囲で $f'(x)=0$ となるのは

$4-2x^2=0$ となるとき $\therefore x = \pm\sqrt{2}$

また $f'(x)>0$ となるのは $4-2x^2>0$ のときで $-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$

d) $f(x)$ が定義域内での増減表を書け.

x	-2	$\cdots$	$-\sqrt{2}$	$\cdots$	$\sqrt{2}$	$\cdots$	2
$f'(x)$	$\times$	$-$	0	$+$	0	$-$	$\times$
$f(x)$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	0

e) $f(x)$ の定義域内での最大値，最小値を求めよ.

最大値 2 $(x=\sqrt{2})$

最小値 -2 $(x=-\sqrt{2})$