

復習問題

まず、次のキーワードについて復習せよ。

- 集合, 部分集合, 全体集合, 補集合, 共通部分, 和集合
- 試行, 標本空間, 事象, 確率, 和事象, 積事象, 余事象, 条件付き確率, 事象の独立
- 確率変数, 確率分布, 平均, 期待値, 分散, 標準偏差, 独立な確率変数
- 二項分布, 二項分布の期待値, 分散, 標準偏差

1 1 から 100 までの整数のうち, 2 の倍数全体の集合を A , 3 の倍数全体の集合を B , 5 の倍数全体の集合を C とするとき, 次の集合の要素の個数を求めよ。

a) $A \cap B$

b) $(A \cap B) \cup C$

2 数直線上の集合 $A = \{x \mid 3 \leq x \leq a\}$, $B = \{x \mid 5 < x < 8\}$ について次の問に答えよ。ただし, a は 3 より大きい定数とする。

- $A \cap B = \phi$ となるような a の範囲を求めよ。
- $A \cap B$ が整数を 1 つだけ含むような a の範囲を求めよ。
- $\bar{A} \subset \bar{B}$ となるような a の範囲を求めよ。

3 1 から 10 までの数字が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードの中から 1 枚のカードを引く試行において, たとえば 1 のカードを引くことを単に 1 で表すとする。

- 標本空間 U を求めよ。
- この試行において, 事象は全部でいくつあるか。
- 10 の約数のカードを引く事象 A を表す集合を求めよ。
- A の余事象 \bar{A} を表す集合を求めよ。

4 ある飛行機の乗客 300 人について, その構成を調べたところ, 下の表のような結果であった。

	男性	女性	計
大人	156	69	
子供	39	36	
計			

この乗客の中から無作為に 1 人を選ぶとき, その人が男性であるという事象を A , 大人であるという事象を B とする。このとき, 次の確率を求めよ。

a) $P(A)$

b) $P(B)$

c) $P(A \cap B)$

d) $P_A(B)$

5 ある製品を製造する 2 つの工場 A , B があり, A 工場の製品には 3%, B 工場の製品には 4% の不良品が含まれている。 A 工場の製品 200 個と B 工場の製品 250 個とを混ぜた中から 1 個を取り出すとき, 次の確率を求めよ。

- それが不良品である確率
- 不良品であったときに, それが A 工場の製品である確率

6 2 個のさいころを同時に投げる. 2 個のさいころの目のどちらかが偶数であることがわかっているとき, 両方の目が偶数である確率を求めよ.

7 1 組 52 枚のトランプから 1 枚引くとき, 次の 3 つの事象のうち, どの 2 つが独立であるか, 従属であるか.

- A: そのカードがハートである
- B: そのカードが絵札である
- C: そのカードがハートのキングまたはダイヤのキングである

8 次の確率変数 X の確率分布を求め, その期待値と分散を求めよ.

- a) 4 枚の硬貨を同時に投げる時, 表の出る枚数 X
- b) 2 個のさいころを同時に投げる時, 出る目の差の絶対値 X
- c) 赤玉 4 個と白玉 3 個が入っている袋の中から, 1 個ずつ 3 回続けて玉を取り出すとき, 赤玉の出た回数 X (ただし, 取り出した玉は元に戻さないものとする.)

9 50 円硬貨 1 枚と 100 円硬貨 1 枚を同時に投げる時, 表の出た硬貨の金額の和の期待値と標準偏差を求めよ.

10 1 個のさいころと 2 枚の硬貨を投げる時, さいころの出る目の数に表の出た硬貨の枚数を乗じたものを得点 X とする. X の期待値を求めよ.

11 ある製品を製造する際に, 不良品が出る確率は 0.05 であるという. 製品 1000 個の中の不良品の個数を X とする.

- a) 確率変数 X は二項分布に従う. その分布を $B(n, p)$ の形に表せ.
- b) X の期待値, 標準偏差を求めよ.

12 袋の中に 3 個の白玉と 5 個の黒玉が入っている. この袋から 4 個の玉を同時に取り出すとき, その中に含まれる白玉の個数を X とする. また, この袋から玉を 1 個取り出してはもとに戻すことを 4 回繰り返すとき, 白玉の出る回数を Y とする.

- a) X の確率分布, 期待値, 分散を求めよ.
- b) Y の期待値, 分散を求めよ.

13 原点 O から出発して, 数直線上を動く点 P がある. さいころを投げて, 3 の倍数の目が出たら P は +2 だけ移動し, そうでなければ -1 だけ移動する. サイコロを 6 回投げ終わったとき, 3 の倍数の目が出た回数を X とし, P の座標を Y とする.

- a) X は二項分布に従う. その分布を $B(n, p)$ の形で表し, X の期待値, 分散, 標準偏差を求めよ.
- b) X と Y の関係を式で表せ.
- c) Y の期待値, 分散, 標準偏差を求めよ.