

入学年度	学部	学科	組	番号	棟	フリガナ
						氏名

1 ある大学では学生の数学と英語の成績の分布が次の表の通りであった。

	英語	A	B	C
数学				
A		15%	15%	5%
B		10%	20%	10%
C		5%	10%	10%

いま、A=4点、B=3点、C=2点とし、数学と英語の平均点を  $X$  とする。すなわち、数学と英語の成績が、例えば (B,A) であれば、 $X(B,A) = (3+4)/2 = 3.5$  とする。

a)  $X$  の値として可能なものすべてを挙げよ。

2, 2.5, 3, 3.5, 4

b)  $X$  の値が3となる事象  $M$  を求めよ。また、確率  $P(M)$  を求めよ。

$$M = \{(A,C), (B,B), (C,A)\}$$

$$P(\{(A,C)\}) = 0.05, P(\{(B,B)\}) = 0.2, P(\{(C,A)\}) = 0.05$$

$$\therefore P(M) = 0.05 + 0.2 + 0.05 = 0.3$$

c) 次の表を完成させよ。

$X$	2	2.5	3	3.5	4	計
$P$	0.15	0.25	0.3	0.2	0.1	1

d)  $X$  の期待値  $E(X)$  を求めよ。

$$\begin{aligned} E(X) &= 2 \times 0.15 + 2.5 \times 0.25 + 3 \times 0.3 + 3.5 \times 0.2 + 4 \times 0.1 \\ &= 2.925 \end{aligned}$$

2 2個のサイコロを投げるとき、出た目の数の差の絶対値を  $X$  とする。

a) 確率変数  $X$  の確率分布を求めよ。

$X$	0	1	2	3	4	5	計
$P$	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$	1

b) 確率変数  $X$  の期待値  $E(X)$  を定義にしたがって求めよ。

$$\begin{aligned} E(X) &= \frac{1}{36} (0 \times 6 + 1 \times 10 + 2 \times 8 + 3 \times 6 + 4 \times 4 + 5 \times 2) \\ &= \frac{70}{36} = \frac{35}{18} \end{aligned}$$

c) 確率変数  $X^2$  の確率分布を求めよ。

$X^2$	0	1	4	9	16	25	計
$P$	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$	1

d) 確率変数  $X^2$  の期待値  $E(X^2)$  および  $E(X^2) - E(X)^2$  を計算せよ。

$$\begin{aligned} E(X^2) &= \frac{1}{36} (0 \times 6 + 1 \times 10 + 4 \times 8 + 9 \times 6 + 16 \times 4 + 25 \times 2) \\ &= \frac{210}{36} = \frac{35}{6} \\ E(X^2) - E(X)^2 &= \frac{35}{6} - \left(\frac{35}{18}\right)^2 = \frac{665}{324} \end{aligned}$$

3 2013年の年末ジャンボ宝くじは総計 600,000,000 枚 (6 億枚) 発行され、当選金額と当選本数は以下の通りであった。この宝くじの期待値を求めよ。(必要なら電卓等を用いてよい。)

等級	当選金額	当選本数
1等	500,000,000 円	60 本
1等の前後賞	100,000,000 円	120 本
1等の組違い賞	100,000 円	5,940 本
2等	1,000,000 円	1,800 本
3等	3,000 円	6,000,000 本
4等	300 円	60,000,000 本
大晦日特別賞	50,000 円	180,000 本

$$\begin{aligned} & ( 500000000 \times 60 + 100000000 \times 120 + 100000 \times 5940 \\ & + 1000000 \times 1800 + 3000 \times 6000000 + 300 \times 60000000 \\ & + 50000 \times 180000 ) \times \frac{1}{600000000} \\ & = 148.99 \end{aligned}$$