

入学年度	学部	学科	組	番号	校	フリガナ
						氏名

1) ある国では、男性 1000 人に 1 人の割合で、ある病気に感染しているという。検査薬によって、感染していれば 0.98 の確率で陽性反応が出る。一方、感染していない場合にも、0.01 の確率で陽性反応が出るという。この病気に感染しているという事象を A 、検査薬によって陽性反応が出るという事象を B とする。

a) 事象 $A, B, \bar{A}, \bar{B}, A \cap B, \bar{A} \cap B, A \cap \bar{B}, \bar{A} \cap \bar{B}$ の確率をそれぞれ求め、表にまとめよ。

検査 \ 病状	感染している	感染していない	
陽性	$A \cap B$ 0.00098	$\bar{A} \cap B$ 0.00999	B 0.01097
陰性	$A \cap \bar{B}$ 0.00002	$\bar{A} \cap \bar{B}$ 0.98901	\bar{B} 0.98903
	A 0.001	\bar{A} 0.999	1

問題より

$$P(A) = 0.001$$

$$P_A(B) = 0.98$$

$$P_{\bar{A}}(B) = 0.01$$

$$P(A \cap B) = P(A)P_A(B) = 0.001 \times 0.98 = 0.00098$$

$$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A})P_{\bar{A}}(B) = 0.999 \times 0.01 = 0.00999$$

残りは余事象の確率などによる。

b) ある男性が検査を行ったところ、陽性であった。この男性が実際に病気に感染している確率はおおよそどれくらいか。

陽性であった 実際に病気に感染している確率: $P_B(A)$

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.00098}{0.01097} = 0.0893\dots$$

(陽性としても、実際に病気でいる確率は 10% 未満なので、
過度に悲感することは無い)

2) 大小 2 個のさいころを同時に投げる。大小どちらかのさいころの目が奇数である事象を A 、2 つのさいころの目の差の絶対値が 2 以下である事象を B とする。

a) 確率 $P(A), P(A \cap B), P_A(B)$ を求めよ。

$$P(A) = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$$

$$P(A \cap B) = \frac{17}{36}$$

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{17}{27}$$

大小	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

// = A
↑ B

b) 2 つのさいころの目の差が 2 以下であるとき、大小どちらかのさいころの目が奇数である確率を求めよ。

もとの確率は $P_B(A)$

$$P(B) = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{17}{24}$$

c) 事象 A と B は独立であるかどうかを判定せよ。

$$P(A) \cdot P(B) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap B) = \frac{17}{36}$$

$P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$ だから A, B は独立ではない

3] 5回に1回の割合で帽子を忘れる癖のあるK君が、正月にA, B, Cの3軒を順に年始回りをして家に帰ったとき、帽子を忘れた来たことに気がついた。このとき、どの家に帽子を忘れてきた確率が一番高いかを求めたい。

a) 帽子を忘れずに家に帰る確率を求めよ。

Aで"忘れない"かつBで"忘れない"かつCで"忘れない"

$$\therefore \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{64}{125}$$

b) 帽子をどこかの家に忘れてくる確率を求めよ。

a)の余事象の確率

$$1 - \frac{64}{125} = \frac{61}{125}$$

c) 帽子をBで忘れてくる確率を求めよ。

Aで"忘れない"かつBで"忘れる"

$$\frac{4}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{4}{25}$$

d) 家に帰ったときには帽子を忘れて来たことに気がついたとき、2軒目の家Bに忘れてきた確率を求めよ。

$$\frac{\text{c)の確率}}{\text{b)の確率}} = \frac{20}{61}$$

e) 家に帰ったときには帽子を忘れて来たことに気がついたとき、どの家に帽子を忘れてきた確率が一番高いか。

$$\text{Aで"忘れて来た"確率} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{61}{125}} = \frac{25}{61}$$

$$\text{Cで"忘れて来た"確率} = \frac{\frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{5}}{\frac{61}{125}} = \frac{16}{61}$$

\therefore Aで忘れてきた確率が一番高い。