

入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ
						氏名

1 ある大学では学生の数学と英語の成績の分布が次の表の通りであった。

	英語	A	B	C
数学				
A		15%	15%	5%
B		10%	20%	10%
C		5%	10%	10%

標本空間 Ω を $\Omega = \{(X, Y) \mid X \text{ は数学の成績, } Y \text{ は英語の成績}\}$ と設定する。そして、 M を数学が A であるという事象、 E を英語が A であるという事象とする。

a) 事象 M をあらためて標本空間とみなし、 Ω' とおく。 Ω' を外延的記法で表せ。

$$\Omega' = \{(A, A), (A, B), (A, C)\}$$

b) Ω' を標本空間とすると、その事象をすべて挙げよ。また、それぞれの事象の確率はどのように定めるべきか。

事象	ϕ	$\{(A, A)\}$	$\{(A, B)\}$	$\{(A, C)\}$	$\{(A, A), (A, B)\}$	$\{(A, A), (A, C)\}$
確率	0	$\frac{15}{35}$	$\frac{15}{35}$	$\frac{5}{35}$	$\frac{30}{35}$	$\frac{20}{35}$

$\{(A, B), (A, C)\}$	Ω'
$\frac{20}{35}$	1

c) こゝでは事象 E を標本空間とみなし、 Ω'' とする。 Ω'' を外延的記法で表せ。

$$\Omega'' = \{(A, A), (B, A), (C, A)\}$$

d) ある学生を選んだとき、その学生の英語の成績は A であった。この学生の数学の成績が C である確率を求めよ。

$$\Omega'' \text{ で考え, } \{(C, A)\} \text{ の確率を求めると } \frac{5}{15+10+5} = \frac{1}{6}$$

2 ある会社で同じ製品を 2 つの工場 X, Y で製造していて、製品に不良品が含まれる確率は、工場 X では 4%、工場 Y では 5% であるという。いま、工場 X の製品 1000 個と工場 Y の製品 800 個がある。

a) 下の表を完成させよ。

	良・不良	良品	不良品	計
工場				
X		960 個	40 個	1000 個
Y		760 個	40 個	800 個
計		1720 個	80 個	1800 個

b) これら 1800 個の製品の中から 1 個を取り出すとき、次の確率を求めよ。

a) それが工場 X の不良品である確率

$$\frac{40}{1800} = \frac{1}{45}$$

b) それが良品である確率

$$\frac{1720}{1800} = \frac{43}{45}$$

c) これら 1800 個の製品の中から 1 個を取り出したとき、それは良品であった。このとき、この製品が工場 X で生産されていた確率を求めよ。

$$\frac{960}{1720} = \frac{24}{43}$$

3] ある街でタクシーによるひき逃げ事故があった。その街にはそれぞれ緑色のタクシーと青色のタクシーを使っている2つのタクシー会社がある。その街で走っているタクシーの85%は緑色のタクシーであり、15%は青色のタクシーである。目撃者はひき逃げタクシーは青色であったと証言した。その時間帯のその場でその証言の識別力を調べたところ、緑色と青色のタクシーのそれぞれに対して、常に80%は正しく識別できることが明らかになった。さて、事故を起こしたタクシーが本当に青色タクシーであった確率は求めたい。

- a) 実際のタクシーの色が緑色であるとき、目撃者が青色であると識別する事象を (G, B) などと表すことにし、標本空間 U を $U = \{(G, G), (G, B), (B, G), (B, B)\}$ とする。それぞれの根元事象の確率を求めよ。

$$P(\{(G, G)\}) = 0.85 \times 0.8 = 0.68, \quad P(\{(G, B)\}) = 0.85 \times 0.2 = 0.17$$

$$P(\{(B, G)\}) = 0.15 \times 0.2 = 0.03, \quad P(\{(B, B)\}) = 0.15 \times 0.8 = 0.12$$

- b) 次の表の空欄を埋めよ。

タクシー \ 証言	緑	青	計
緑	68 %	17 %	85 %
青	3 %	12 %	15 %
計	71 %	29 %	100 %

- c) 目撃者が青色であると証言する事象 A を求め、その確率 $P(A)$ を求めよ。

$$A = \{(G, B), (B, B)\}, \quad P(A) = 0.17 + 0.12 = 0.29$$

- d) タクシーの色が青である事象を B とする。目撃者が青色であると証言したとき、実際にタクシーの色が青である確率 $P_A(B)$ を求めよ。

$$P_A(B) = \frac{P(\{(B, B)\})}{P(A)} = \frac{0.12}{0.29} = \frac{12}{29} \approx 0.414$$