2016 年度 後期

中央大学 文学部
担当 鍬田 政人

特別教養（１８）— 期末試験

2017 年 1 月 18 日

時間 80 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく途中の計算や説明も書くこと．これがない場合，大幅な減点をすることもある.

$\boxed{1}$ a) Gauss の消去法（掃き出し法）を用い，次の連立 1 次方程式の解をすべて求めよ.

$$\begin{cases} -\frac{4}{5}x + \frac{2}{5}y + \frac{1}{2}z = 0 \\ \frac{2}{5}x - \frac{4}{5}y + \frac{3}{10}z = 0 \\ \frac{2}{5}x + \frac{2}{5}y - \frac{4}{5}z = 0 \end{cases}$$

b) 近所に住む 3 軒の住人はそれぞれ家庭菜園で野菜を育てていて，A さんはジャガイモ，B さんはトマト，C さんはレタスを作っている．3 人はそれぞれの作物を次のように分けることにした．A さんはジャガイモの $\frac{1}{5}$，トマトの $\frac{2}{5}$，レタスの $\frac{1}{2}$ を受け取る．B さんはジャガイモの $\frac{2}{5}$，トマトの $\frac{1}{5}$，レタスの $\frac{3}{10}$ を受け取る． C さんはジャガイモの $\frac{2}{5}$，トマトの $\frac{2}{5}$，レタスの $\frac{1}{5}$ を受け取る．このとき，3 人はそれぞれの作物の値段をうまく決めて，実際の支払いは行わなくてすむようにすることで同意した．つまり，それぞれの収入総額と支払総額が一致するようにした．このようにするにはそれぞれの作物の値段をどのように定めればよいか．一番安い作物の値段が 9900 円になるようにそれぞれの値段を定めよ.

c) あるアメリカの大学の学生寮では朝食に，プレーン，セサミ，ガーリックの 3 種類のベーグルを用意している．学期中，毎朝同じ学生達がやって来て，ベーグルを一つずつ選んでいく．この学生たちの行動を観察すると次のようなことがわかった.

- プレーンを選んだ学生の 20% は次の日またプレーンを選び，40% がセサミ，残りの 40% はガーリックを選ぶ.
- セサミを選んだ学生の 20% は次の日またセサミを選び，40% がプレーンを，残りの 40% はガーリックを選ぶ.
- ガーリックを選んだ学生の 20% は次の日またガーリックを選び，50% がプレーンを，残りの 30% はセサミを選ぶ.

第 n 日目に学生たちが選んだプレーン・ベーグルの数を p_n，セサミ・ベーグルの数を s_n，ガーリック・ベーグルの数を g_n としたとき．行列 M を用いて

$$\begin{pmatrix} p_{n+1} \\ s_{n+1} \\ g_{n+1} \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} p_n \\ s_n \\ g_n \end{pmatrix}$$

と表せる．行列 M を求めよ．また，学期が進んでくると，食堂が用意しなければならないそれぞれの種類のベーグルの数は一定に近づく．それぞれの種類の個数を表すベクトルは M の不動ベクトルとなることを利用し，プレーン，セサミ，ガーリックの比を求めよ.

【裏に続く】

$\boxed{2}$ a) $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \\ -2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ とする．A の逆行列をもとめよ．

b) 次の連立一次方程式の解を a) の結果を用いて求めよ．

$$\begin{cases} x - y - z = 1 \\ -x + 2y + 2z = -3 \\ -2x - y - 2z = 2 \end{cases}$$

$\boxed{3}$ 行列 P, Q を次のようにおく．PQ および QP を計算せよ．

$$P=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad Q=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$\boxed{4}$ 行列 $M=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ で表される 1 次変換により，座標平面上の 2 点 A(2, 0)，B(−1, 3) がそれぞれ 2 点 C，D に移るとする．このとき，△OCD の面積を求めよ．

$\boxed{5}$ 座標平面上において x 軸に関する対称移動を表す行列を A，原点の回りに 90° 回転する回転移動を表す行列を B とする．

a) A，B を求めよ．

b) 座標平面上の点 (x, y) に対し，まず x 軸に関する対称移動をおこない，次に原点の回りに 90° 回転し，さらにもう一度 x 軸に関する対称移動を行って点 (x', y') に移す．このとき，(x, y) から (x', y') への移動は原点の回りの −90° 回転であることを，行列の積を用いて示せ．

c) 【ボーナス問題】点 (x, y) に対し，まず x 軸に関する対称移動をおこない，次に原点の回りに角 θ だけ回転移動し，さらにもう一度 x 軸に関する対称移動を行って点 (x', y') に移す．このとき，(x, y) から (x', y') への移動はどのような移動になるか．