

| 入学年度 | 学部 | 学科 | 組 | 番号 | 検 | フリガナ |
|------|----|----|---|----|---|------|
| | | | | | | 氏名 |

1 行列 A とベクトル \vec{x} , \vec{b} を

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \\ 4 & 4 & 8 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ a \end{pmatrix}$$

と定義する. このとき行列 $(A | \vec{b})$ は行に関する基本変形によって下のように変形される.

$$(A | \vec{b}) = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 8 & 1 & a \end{array} \right) \rightarrow \cdots \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a-5 \end{array} \right)$$

- a) 方程式 $A\vec{x} = \vec{0}$ の解をすべて求めよ.
- b) 方程式 $A\vec{x} = \vec{b}$ が解を持つように定数 a を決め, そのときの解をすべて求めよ.
- c) 行列 A は逆行列 A^{-1} を持つか? 持つ場合は A^{-1} を求めよ.

2 a) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -4 \\ -1 & -4 & -1 \\ -4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ の逆行列をもとめよ.

b) 次の連立一次方程式の解を b) の結果を用いて求めよ.

$$\begin{cases} x - y - 4z = 1 \\ -x - 4y - z = 4 \\ -4x - y + z = -9 \end{cases}$$

3 Three neighbors have backyard vegetable gardens. Neighbor A grows tomatoes, neighbor B grows corn, and neighbor C grows lettuce. They agree to divide their crops among themselves as follows: A gets $\frac{1}{2}$ of the tomatoes, $\frac{1}{3}$ of the corn, and $\frac{1}{4}$ of the lettuce. B gets $\frac{1}{3}$ of the tomatoes, $\frac{1}{3}$ of the corn, and $\frac{1}{4}$ of the lettuce. C gets $\frac{1}{6}$ of the tomatoes, $\frac{1}{3}$ of the corn, and $\frac{1}{2}$ of the lettuce. What prices should the neighbors assign to their respective crops if the equilibrium condition of a closed economy is to be satisfied, and if the lowest-priced crop is to have a price of \$100?

4 行列 $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ で表される 1 次変換により, 座標平面上の 2 点 A, B がそれぞれ 2 点 C(3, 0), D(1, 2) に移るとする.

a) M の逆行列を求めよ.

b) 点 A, B の座標を求めよ.

c) O を原点とするとき, $\triangle OAB$ の面積を求めよ.

[ヒント: まず, $\triangle OCD$ の面積を求め, それから M の行列式を用いて $\triangle OAB$ の面積を求めるとよい.]