

入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ
						氏名

1 指数関数  $f(x) = a^x$  の  $x = 0$  における微分係数を求めたい。

a)  $f(x) = a^x$  の  $x = 0$  における微分係数を求める定義式を書け。  $f'(0) =$

b) 次の表は  $a = 2, a = 3$  のときの  $\frac{a^h - 1}{h}$  の値を計算するためのものである。  $\sqrt{\quad}$  機能のある電卓を用いて、 $2^{\frac{1}{4}} = \sqrt{\sqrt{2}} = \sqrt{1.414\dots}$ ,  $2^{\frac{1}{8}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$ , ... のように計算することにより、表の空欄を埋め、極限值  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2^h - 1}{h}$  および  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3^h - 1}{h}$  を推測せよ。

$h$	$\frac{2^h - 1}{h}$	$\frac{3^h - 1}{h}$
$\frac{1}{2}$	$(1.41421356\dots - 1) \times 2 = 0.82842712\dots$	$(1.73205080\dots - 1) \times 2 = 1.4641016\dots$
$\frac{1}{4}$	$(1.18920711\dots - 1) \times 4 =$	$(1.31607401\dots - 1) \times 4 =$
$\frac{1}{8}$	=	=
$\frac{1}{16}$	=	=
$\frac{1}{32}$	=	=
$\frac{1}{64}$	=	=
$\frac{1}{128}$	=	=
$\frac{1}{256}$	=	=
$\frac{1}{512}$	=	=
$\frac{1}{1024}$	=	=
$\vdots$	$\downarrow$	$\downarrow$
0		

2 数  $e$  は  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$  をみたす。これを用いて次の各々の関数の導関数を定義を直接用いて求めよ。

a)  $f(x) = e^x$

b)  $f(x) = xe^x$

3 指数関数と対数関数の互いには  $e^{\log a} = a$  という関係が成り立つのであった。これより、 $a^x = (e^{\log a})^x = e^{x \log a}$  である。このことと合成関数の微分公式を用いて、指数関数  $a^x$  の導関数  $(a^x)'$  をもとめよ。

4  $f(x) = e^x$  とすると、自然対数関数  $\log x$  はその逆関数である、すなわち  $f^{-1}(x) = \log x$  である。逆関数の微分公式と  $f'(x) = e^x$  であることを用い、 $f^{-1}(x) = \log x$  の導関数を求めよ。

5 次の表は  $(1+h)^{\frac{1}{h}}$  の値を計算するためのものである.  $h = \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{1024}$  として電卓を用いて  $(1+h)^{\frac{1}{h}}$  を計算し, 表の空欄を埋め, 極限值  $\lim_{h \rightarrow 0} (1+h)^{\frac{1}{h}}$  の値を推測せよ.

[電卓では数の 2 乗を計算するのに “x=” と入力すればよい. 例えば,  $((1 \div 4 + 1)^2)^2$  を計算するには, 1,  $\div$ , 4, +, 1, =, x, =, x, =, の順に入力すればよい.]

$h$	$(1+h)^{\frac{1}{h}}$
$\frac{1}{2}$	$(1 \div 2 + 1)^2 = 2.25$
$\frac{1}{4}$	$((1 \div 4 + 1)^2)^2 = 2.441406\dots$
$\frac{1}{8}$	=
$\frac{1}{16}$	=
$\frac{1}{32}$	=
$\frac{1}{64}$	=
$\frac{1}{128}$	=
$\frac{1}{256}$	=
$\frac{1}{512}$	=
$\frac{1}{1024}$	=
$\vdots$	$\downarrow$
0	

6 関数  $y = e^x$  について, いろいろな  $x$  に対する  $y$  の値は次の表のようになる.

$x$	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5
$e^x$	0.1353	0.2231	0.3679	0.6065	1.0000	1.6487	2.7183	4.4817	7.3891	12.183

これを利用して, 指数関数  $y = e^x$  のグラフを描き, そのグラフの  $(0, 1)$  における接線を引いてみよ. また, 対数関数  $y = \log x$  は  $y = e^x$  の逆関数であることを用い,  $y = \log x$  のグラフを描き,  $(1, 0)$  における接線を引いてみよ.

