$\boxed{1}$ 関数 $f(x) = x\sqrt{x}$ の導関数を，導関数の定義に従って求めたい.

a) $f(x+h) - f(x) = (x+h)\sqrt{x+h} - x\sqrt{x} = x\left(\sqrt{x+h} - \sqrt{x}\right) + h\sqrt{x+h}$ と変形することにより $f'(x) = \lim_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$ を計算せよ.

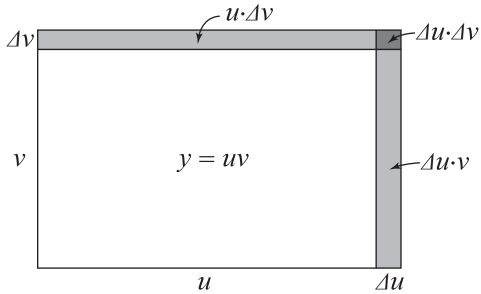
b) $f(x) = \sqrt{x^3}$ と書き直し，$f(x) = \sqrt{x}$ の導関数をもとめる方法をまねて $f'(x)$ を計算せよ.

入学年度		学部	学 科		組		番 号			検	フリガナ	
											氏 名	

2 2つの関数 $u = f(x)$ と $v = g(x)$ の積として表される関数 $y = uv$ の導関数を求めたい.

a) いま，x の増分を Δx としたとき，y の増分 Δy を u の増分 Δu と v の増分 Δv を用いて表すことを考える．x が $x + \Delta x$ に変化したとき，u は $u + \Delta u$，v は $v + \Delta v$ に変化するので，y は $(u + \Delta u)(v + \Delta v)$ に変化する．したがって，

$$\Delta y = (u + \Delta u)(v + \Delta v) - uv$$



と表せる．これを代入して展開整理すると，

$$\Delta y = \Delta u \cdot \boxed{} + \boxed{} \cdot \Delta v + \boxed{}$$

と表される．この式の両辺を Δx で割って $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ を求めよ.

b) 上で求めた式で $\Delta x \to 0$ として $\displaystyle\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$ を求めたい．そこで，

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx}, \quad \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta x} = \frac{du}{dx}, \quad \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u \Delta v}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \cdot \lim_{\Delta x \to 0} \Delta v = \frac{du}{dx} \cdot 0 = 0$$

であることを用い，$\dfrac{dy}{dx}$ を，$u, \dfrac{du}{dx}, v, \dfrac{dv}{dx}$ 用いて表せ.

c) b) で求めた式を別の記号法 $\dfrac{dy}{dx} = \big(f(x)g(x)\big)'$，$\dfrac{du}{dx} = f'(x)$，$\dfrac{dv}{dx} = g'(x)$ を用いて書き直し，積の微分公式を求めよ.

$$\big(f(x)g(x)\big)' =$$

$\boxed{3}$ $f(x)g(x)h(x) = \big(f(x)g(x)\big)h(x)$ であることと積の微分公式を用いて 3 つの関数の積の導関数 $\big(f(x)g(x)h(x)\big)'$ を求めよ.

$\boxed{4}$ 関数 $g(x)$ に対し，関数 $\dfrac{1}{g(x)}$ の導関数 $\left(\dfrac{1}{g(x)}\right)'$ を求めたい.

a) $f(x) = \dfrac{1}{g(x)}$ とおき，$f'(x)$ を求める．分母を払った式 $f(x)g(x) = 1$ の両辺を微分し，左辺の微分に積の微分公式を用い，$f(x)$，$f'(x)$，$g(x)$，$g'(x)$ の間に成り立つ関係式を求めよ.

b) a) で求めた関係式を $f'(x)$ について解き，$f'(x)$ を $f(x)$，$g(x)$，$g'(x)$ で表せ.

c) b) において $f(x)$ を $\dfrac{1}{g(x)}$ で置き換え，$f'(x)$ を $g(x)$ と $g'(x)$ のみで表すことにより，$\left(\dfrac{1}{g(x)}\right)'$ を求めよ.

$$\left(\frac{1}{g(x)}\right)' =$$

担当：鍬田 政人 (kuwata@tamacc.chuo-u.ac.jp)

$\boxed{5}$ $\dfrac{f(x)}{g(x)} = f(x) \times \dfrac{1}{g(x)}$ である．この右辺を積の微分公式を用いて微分し，問題 4 で求めた微分公式を用いることにより，商の微分公式 $\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)'$ を求めよ．

$\boxed{6}$ 次の関数を変数 x で微分せよ．

a) $f(x) = (x^2 - x + 1)(x + 1)$

$f'(x) =$

b) $f(x) = \dfrac{1}{3x - 2}$

$f'(x) =$

c) $f(x) = \dfrac{1}{6x^3}$

$f'(x) =$

d) $f(x) = \dfrac{x - 5}{x^2 + 5}$

$f'(x) =$

e) $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

$f'(x) =$

f) $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - x + 1}$

$f'(x) =$