

入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ
						氏名

1 関数 $f(x) = x\sqrt{x}$ の導関数を、導関数の定義に従って求めたい。

a) $f(x+h) - f(x) = (x+h)\sqrt{x+h} - x\sqrt{x} = x(\sqrt{x+h} - \sqrt{x}) + h\sqrt{x+h}$ と変形することにより

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \text{ を計算せよ.}$$

b) $f(x) = \sqrt{x^3}$ と書き直し、 $f(x) = \sqrt{x}$ の導関数をもとめる方法をまねて $f'(x)$ を計算せよ。

2 2つの関数 $u = f(x)$ と $v = g(x)$ の積として表される関数 $y = uv$ の導関数を求めたい。

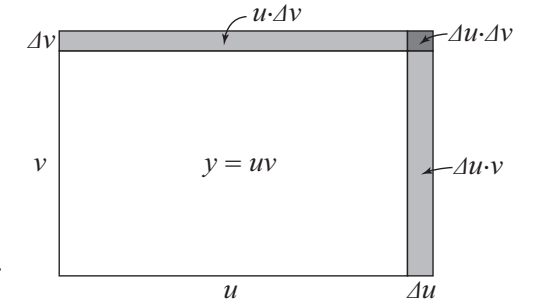
a) いま、 x の増分を Δx としたとき、 y の増分 Δy を u の増分 Δu と v の増分 Δv を用いて表すことを考える。 x が $x + \Delta x$ に変化したとき、 u は $u + \Delta u$ 、 v は $v + \Delta v$ に変化するので、 y は $(u + \Delta u)(v + \Delta v)$ に変化する。したがって、

$$\Delta y = (u + \Delta u)(v + \Delta v) - uv$$

と表せる。これを代入して展開整理すると、

$$\Delta y = \Delta u \cdot \boxed{} + \boxed{} \cdot \Delta v + \boxed{}$$

と表される。この式の両辺を Δx で割って $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ を求めよ。



b) 上で求めた式で $\Delta x \rightarrow 0$ として $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$ を求めたい。そこで、

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx}, \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta x} = \frac{dv}{dx}, \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u \Delta v}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \cdot \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta v = \frac{du}{dx} \cdot 0 = 0$$

であることを用い、 $\frac{dy}{dx}$ を、 u 、 $\frac{du}{dx}$ 、 v 、 $\frac{dv}{dx}$ 用いて表せ。

c) b) で求めた式を別の記号法 $\frac{dy}{dx} = (f(x)g(x))'$ 、 $\frac{du}{dx} = f'(x)$ 、 $\frac{dv}{dx} = g'(x)$ を用いて書き直し、積の微分公式を求めよ。

$$(f(x)g(x))' =$$

3 $f(x)g(x)h(x) = (f(x)g(x))h(x)$ であることと積の微分公式を用いて 3 つの関数の積の導関数 $(f(x)g(x)h(x))'$ を求めよ.

4 関数 $g(x)$ に対し, 関数 $\frac{1}{g(x)}$ の導関数 $\left(\frac{1}{g(x)}\right)'$ を求めたい.

a) $f(x) = \frac{1}{g(x)}$ とおき, $f'(x)$ を求める. 分母を払った式 $f(x)g(x) = 1$ の両辺を微分し, 左辺の微分に積の微分公式を用い, $f(x)$, $f'(x)$, $g(x)$, $g'(x)$ の間に成り立つ関係式を求めよ.

b) a) で求めた関係式を $f'(x)$ について解き, $f'(x)$ を $f(x)$, $g(x)$, $g'(x)$ で表せ.

c) b) において $f(x)$ を $\frac{1}{g(x)}$ で置き換え, $f'(x)$ を $g(x)$ と $g'(x)$ のみで表すことにより, $\left(\frac{1}{g(x)}\right)'$ を求めよ.

$$\left(\frac{1}{g(x)}\right)' =$$

5 $\frac{f(x)}{g(x)} = f(x) \times \frac{1}{g(x)}$ である. この右辺を積の微分公式を用いて微分し, 問題 4 で求めた微分公式を用いることにより, 商の微分公式 $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'$ を求めよ.

6 次の関数を変数 x で微分せよ.

a) $f(x) = (x^2 - x + 1)(x + 1)$

$$f'(x) =$$

b) $f(x) = \frac{1}{3x - 2}$

$$f'(x) =$$

c) $f(x) = \frac{1}{6x^3}$

$$f'(x) =$$

d) $f(x) = \frac{x - 5}{x^2 + 5}$

$$f'(x) =$$

e) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

$$f'(x) =$$

f) $f(x) = \frac{x}{x^2 - x + 1}$

$$f'(x) =$$