[1] 1 枚の硬貨を続けて 5 回投げるとき，表の出る回数を X とする．

a) 確率変数 X の確率分布を求めよ．

X	0	1	2	3	4	5	計
P	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$	1

b) 確率変数 X の期待値 $E(X)$ と分散 $V(X)$ を定義にしたがって求めよ．

$$E(X) = \frac{1}{32}(0\times1 + 1\times5 + 2\times10 + 3\times10 + 4\times5 + 5\times1)$$

$$= \frac{80}{32} = \frac{5}{2}$$

$$V(X) = \frac{1}{32}\Big((0-\tfrac{5}{2})^2\times1 + (1-\tfrac{5}{2})^2\times5 + (2-\tfrac{5}{2})^2\times10$$

$$+ (3-\tfrac{5}{2})^5\times10 + (4-\tfrac{5}{2})^5\times5 + (5-\tfrac{5}{2})^2\times1\Big)$$

$$= \frac{1}{32}\left(\frac{25}{4} + \frac{45}{4} + \frac{10}{4} + \frac{10}{4} + \frac{45}{4} + \frac{25}{4}\right)$$

$$= \frac{160}{128} = \frac{5}{4}$$

$E(X) = \frac{5}{2}$，$V(X) = \frac{5}{4}$

c) 確率変数 X^2 の確率分布を求めよ．

X^2	0	1	4	9	16	25	計
P	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$	1

d) 確率変数 X^2 の期待値 $E(X^2)$ および $E(X^2) - E(X)^2$ を計算し，$E(X^2) - E(X)^2 = V(X)$ であることを確かめよ．

$$E(X^2) = \frac{1}{32}(0\times1 + 1\times5 + 4\times10 + 9\times10 + 16\times5 + 25\times1)$$

$$= \frac{240}{32} = \frac{15}{2}$$

$$E(X^2) - E(X)^2 = \frac{15}{2} - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{30-25}{4} = \frac{5}{4}$$

したがって　$V(X) = E(X^2) - E(X)^2$ が成り立つ

2016 年 6 月 14 日

入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ
						氏名

2 2個のサイコロを投げるとき，出た目の数のうち大きくない方を Y とする.

a) 確率変数 Y の確率分布を求めよ.

Y	1	2	3	4	5	6	計
P	$\frac{11}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{1}{36}$	1

b) 確率変数 Y の期待値と標準偏差を求めよ.

	1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2
3	1	2	3	3	3	3
4	1	2	3	4	4	4
5	1	2	3	4	5	5
6	1	2	3	4	5	6

$$E(Y) = \frac{1}{36}(1\times 11 + 2\times 9 + 3\times 7 + 4\times 5 + 5\times 3 + 6\times 1)$$

$$= \frac{91}{36}$$

$$E(Y^2) = \frac{1}{36}(1\times 11 + 4\times 9 + 9\times 7 + 16\times 5 + 25\times 3 + 36\times 1)$$

$$= \frac{301}{36}$$

$$V(Y) = E(Y^2) - E(Y)^2 = \frac{301}{36} - \left(\frac{91}{36}\right)^2 = \frac{2555}{36^2}$$

$$\sigma(Y) = \frac{\sqrt{2555}}{36}$$

$E(Y) = \frac{91}{36}$, $\sigma(Y) = \frac{\sqrt{2555}}{36}$