1 次の二項分布の期待値，分散と標準偏差を求めよ．

a) $B\left(12, \frac{1}{4}\right)$

$X \sim B(12, \frac{1}{4})$ とすると

$E(X) = 12 \times \frac{1}{4} = 3$

$V(X) = 12 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$

$\sigma(X) = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$

b) $B\left(9, \frac{1}{2}\right)$

$X \sim B(9, \frac{1}{2})$

$E(X) = 9 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$

$V(X) = 9 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{4}$

$\sigma(X) = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$

c) $B\left(8, \frac{2}{3}\right)$

$X \sim B(8, \frac{2}{3})$

$E(X) = 8 \times \frac{2}{3} = \frac{16}{3}$

$V(X) = 8 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{16}{9}$

$\sigma(X) = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$

2 次の確率変数 X は二項分布に従う．X を $B(n, p)$ の形に表し，X の期待値，標準偏差を求めよ．

a) 1 枚の硬貨を 10 回投げるとき，表が出る回数 X．

$X \sim B(10, \frac{1}{2})$

$E(X) = 10 \times \frac{1}{2} = 5$

$\sigma(X) = \sqrt{10 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

b) 不良率 3%の製品の山から 50 個取り出したときの不良品の個数 X．

$X \sim B(50, 0.03)$

$E(X) = 50 \times 0.03 = 1.5$

$\sigma(X) = \sqrt{50 \times 0.03 \times 0.97} \fallingdotseq 1.21$

2016 年 7 月 12 日

入学年度	学部	学科		組	番号			検	フリガナ	
									氏名	

3 確率変数 X が二項分布 $B(100, 0.2)$ に従うとき，次の各場合に確率変数 Y の期待値と分散を求めよ．

a) $Y = 3X - 2$　　b) $Y = -X$　　c) $Y = \dfrac{X-20}{4}$

$X \sim B(100, 0.2)$

$E(X) = 20$

$V(X) = 100 \times 0.2 \times 0.8 = 16$

a) $E(Y) = 3E(X) - 2 = 58$

$V(Y) = 3^2 V(X) = 144$

b) $E(Y) = -E(X) = -20$

$V(Y) = (-1)^2 V(X) = 16$

c) $E(Y) = \dfrac{E(X)-20}{4} = 0$

$V(Y) = \left(\dfrac{1}{4}\right)^2 V(X) = 1$

4 2 個のサイコロを同時に投げるとき，同じ目が出るならば 20 点を得，異なる目が出るならば 2 点を失うという．これを 15 回繰り返したとき，得点の合計の期待値を求めよ．

同じ目が出る確率は $\frac{1}{6}$ だから，X を同じ目が出た回数とすると

$X \sim B(15, \frac{1}{6})$

一方，得点を Y とすると，異なる目が出る回数は $(15-X)$ 回であるから

$Y = 20 \times X + (-2) \times (15 - X)$

$\therefore Y = 22X - 30$

$E(X) = 15 \times \frac{1}{6} = \frac{5}{2}$ だから

$E(Y) = 22E(X) - 30 = 55 - 30 = 25$

$\mu = 25$ (点)

担当：鍬田 政人 (kuwata@tamacc.chuo-u.ac.jp)