



3 独立な確率変数  $X$  と  $Y$  について,  $E(XY) = E(X)E(Y)$  が成り立つ. この性質と, 分散と期待値の関係式  $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$  を用い, 独立な確率変数  $X$  と  $Y$  について,  $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$  が成り立つことを証明せよ.

4 確率変数  $X$  の期待値が  $-3$  で分散が  $5$ , 確率変数  $Y$  の期待値が  $2$  で分散が  $4$  であり,  $X$  と  $Y$  が互いに独立であるとする. このとき, 確率変数  $Z = X + Y$  の期待値, 分散と標準偏差を求めよ.

5 a) さいころを  $1$  回投げるとき,  $1$  の目が出ると  $X = 1$ , それ以外の目が出ると  $X = 0$  とする. 確率変数  $X$  の期待値と分散を求めよ.

b)  $1$  個のサイコロを続けて  $5$  回投げるとき,  $1$  の目が出る回数を  $Y$  とする. このとき, 第  $k$  回目に  $1$  の目が出ると  $1$ , それ以外の目が出ると  $0$  となる確率変数を  $X_k$  とすると, 各  $X_k$  は a) と同じ分布にしたがい,  $X_1, \dots, X_5$  は互いに独立であつて,  $Y = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5$  と表せる. これを用いて, 確率変数  $Y$  の期待値, 分散と標準偏差を求めよ.