9 ❦ 導関数の計算　　２０１６年度後期　基礎数学 A2（金曜２限）

入学年度	学部	学 科	組	番 号	検	フリガナ
						氏 名

公式 $(x^a)' = ax^{a-1}$ が任意の有理数 a について成り立つことを証明することである．したがって，すでに証明された場合以外，この公式を用いて答えてはならない．

$\boxed{1}$ 【n が自然数の場合】任意の自然数 n について $f_n(x) = x^n$ とおく．$f_n{}'(x) = nx^{n-1}$ であることを数学的帰納法で証明したい．

(I) $n = 1$ のとき．$f_1(x)$ を定義に従って計算すると

$$f_1{}'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f_1(x+h) - f_1(x)}{h} =$$

(II) $n = k$ のとき成り立つとすると，$f_k{}'(x) = kx^{k-1}$．いま，$f_{k+1}(x) = f_1(x) f_k(x)$ だから，積の微分公式を用いて，

$$f_{k+1}{}'(x) = \left(f_1(x) f_k(x)\right)' =$$

［結論まできちんと述べよ．］

$\boxed{2}$ 【n が負の整数の場合】

a) 商の微分公式を用いて $\left(\dfrac{1}{x^n}\right)'$ を求めよ．

b) $(x^{-n})'$ を ax^b の形に表せ．

$\boxed{3}$ 【$a = 1/n$ の場合】$f(x) = x^n$ とすると，関数 $\sqrt[n]{x}$ は，関数 $f(x)$ の逆関数である．すなわち $f^{-1}(x) = \sqrt[n]{x}$ である．

a) 逆関数の微分公式を用いて $\left(\sqrt[n]{x}\right)' = \dfrac{1}{n\left(\sqrt[n]{x}\right)^{n-1}}$ であることを示せ．

b) a) の結果を分数指数を用いて表すことにより $\left(x^{\frac{1}{n}}\right)'$ を ax^b の形に表せ．

$\boxed{4}$ 【a が有理数の場合】$x^{\frac{m}{n}} = (x^m)^{\frac{1}{n}}$ であることを用い，合成関数の微分公式を用いて $\left(x^{\frac{m}{n}}\right)'$ を ax^b の形に表せ．

5 次の関数を変数 x で微分せよ.

a) $f(x)=\dfrac{4x-1}{x^2+3}$

$f'(x)=$

b) $f(x)=\dfrac{x^2+2}{x^3-4}$

$f'(x)=$

c) $f(x)=\dfrac{4-x^2}{x^2-2x+3}$

$f'(x)=$

d) $f(x)=x^2-\dfrac{3}{x-2}$

$f'(x)=$

e) $f(x)=(2x^2+3x-4)^3$

$f'(x)=$

f) $f(x)=\left(\dfrac{x^3}{3}+2x-5\right)^4$

$f'(x)=$

g) $f(x)=\sqrt{x^3}+\sqrt[3]{x^2}$

$f'(x)=$

h) $f(x)=\sqrt[4]{(x^2+x+1)^5}$

$f'(x)=$

i) $f(x)=(x+1)\sqrt{2-x}$

$f'(x)=$

j) $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x+1}{x+4}}$

$f'(x)=$

k) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}}$

$f'(x)=$

l) $f(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{\sqrt{x}}$

$f'(x)=$

担当：鍬田 政人 (kuwata@tamacc.chuo-u.ac.jp)