

基礎数学 A1 期末試験	入学年度	学部	学科	組	番号	検	氏名
金曜2限 担当: 鎌田 政人							

- 最終的な答えだけを書くのではなく、途中の計算や説明も簡潔に書くこと。そうでない場合は大きく減点する。

[1] a) 次の式を計算せよ。

$$4A - 3(B - 2(C - (A - B))) = -2A + 3B + 6C$$

b) $A = 3a^2 - ab + 2b^2$, $B = -a^2 + 2ab - b^2$, $C = a^2 - ab + b^2$

とすると、次の式を計算せよ。

$$4A - 3(B - 2(C - (A - B))) = -3a^2 + 2ab - b^2$$

[2] $P(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ とする。

a) $P(-1)$ を求めよ。

$$P(-1) = 0$$

b) $P(x)$ を因数分解せよ。

$$P(x) = (x+1)(x-2)^2$$

c) $x^3 - 8$ を因数分解せよ。

$$x^3 - 8 = (x-2)(x^2 + 2x + 4)$$

d) $P(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ と $x^3 - 8$ の最大公約数、および最小公倍数を求めよ。

$$\text{最大公約数} = x - 2$$

$$\text{最小公倍数} = (x+1)(x-2)^2(x^2 + 2x + 4)$$

[3] a) $6x^2 + 2x - 5$ を $2x + 3$ で割ったときの商と余りを求めよ。

$$\text{商} = 3x - \frac{7}{2}, \text{余り} = \frac{11}{2}$$

b) $\frac{6x^2 + 2x - 5}{2x + 3}$ を $ax + b + \frac{c}{2x + 3}$ の形に表せ。

$$\frac{6x^2 + 2x - 5}{2x + 3} = 3x - \frac{7}{2} + \frac{\frac{11}{2}}{2x + 3}$$

[4] 次の各々の式を簡単にせよ。

$$\text{a) } \frac{abc}{\frac{a^2b}{c}} = \frac{c^2}{a}$$

$$\text{b) } \frac{xy^2 - y^3}{xy + x^2} \div \frac{2y^2}{x + y} = \frac{x - y}{2x}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & \frac{a^2 - b^2}{a^2b + ab^2} \times \frac{a^3 - a^2b + ab^2}{a^2 - 2ab + b^2} \div \frac{a^3 + b^3}{ab - b^2 + a - b} \\ & = \frac{b+1}{b(a+b)} \end{aligned}$$

$$\text{d) } \frac{x-2}{x^2 - 3x + 2} - \frac{x+1}{x^2 + 2x + 1} = \frac{2}{x^2 - 1}$$

$$\text{e) } \frac{1}{1 + \frac{1}{x-1}} + \frac{1}{1 - \frac{1}{x+1}} = 2$$

[5] 周囲の長さ 24cm の長方形において、短い方の辺の長さを x とする。

a) 長い方の辺の長さはいくらか。長い方の辺の長さが、短い方の長さよりも大きいという条件を考慮して、 x の取り得る範囲を求めよ。

$$0 < x < 6$$

b) この長方形の対角線の長さが 9cm 以下であるようにするには、長方形の短い方の辺の長さをどのようにすればよいか。

$$x^2 + (12 - x)^2 \leq 9, \quad 0 < x < 6$$

$$6 - \frac{3\sqrt{2}}{2} \leq x < 6$$

6] ある牛丼屋チェーン店では牛丼一杯の値段が400円の時、一日150杯の売り上げがあり、売価を10円ずつ値下げすることにより5杯ずつ売り上げが増えていくという。1日の売り上げ高を最大にするには一杯いくらか売ればよいか。

$$(400-x)(150+\frac{1}{2}x)$$

$$= \frac{1}{2}(x-50)^2 +$$

$$400-50 = 350円の時$$

7] 次の各々の式を簡単にせよ。

a) $\sqrt[3]{a^3b^4} \times \sqrt{ab^3} \div \sqrt{a^3b^5} = ab^2$

b) $\frac{a^{\frac{1}{2}} \times a^{-\frac{3}{4}}}{a^{\frac{1}{2}} \div a^{\frac{3}{4}}} = a^{-\frac{1}{4}}$

c) $5^{\log_5 3} = 3$

d) $\frac{1}{2} \log_5 3 + 3 \log_5 \sqrt{2} - \log_5 \sqrt{24}$
 $= 0$

e) $\log_2 3 \cdot \log_{27} 25 \cdot \log_5 32 = \frac{10}{3}$

8] $\sqrt{27}, \sqrt[4]{35}, \sqrt[3]{81}$ を小さいものから順に並べよ。

$$\sqrt{27} = 3^{\frac{3}{2}}$$

$$\sqrt[4]{35} = 3^{\frac{5}{4}}$$

$$\sqrt[3]{81} = 3^{\frac{4}{3}}$$

$$\frac{5}{4} < \frac{4}{3} < \frac{3}{2} \text{ よし}$$

$$\sqrt[4]{35} < \sqrt[3]{81} < \sqrt{27}$$

9] あるお店では売り尽くしセールとして、その日に売れなかった商品を次の日にはその日のさらに20%OFFで売ることとした。商品の値段がもとの $\frac{1}{10}$ 未満になるのは何日売れ残ったときか。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

$$\left(\frac{8}{10}\right)^x < \frac{1}{10}$$

$$x \log_{10} \frac{8}{10} < \log_{10} \frac{1}{10}$$

$$x(3 \log_{10} 2 - 1) < -1$$

$$x > \frac{1}{1-3 \log_2 2} = 10.3$$

11日

10] 次の極限值を求めよ。

a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2x + 4) = 12$

b) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{1+h}{h} - 1} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \frac{1-(1+h)}{1+h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{1+h} = -1$

11] 関数 $f(x) = (3x-2)^2$ について、定義に従って、 $x=1$ における微分係数 $f'(1)$ を求めよ。

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3(1+h)-2)^2 - (3 \cdot 1 - 2)^2}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3h+1)^2 - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{9h^2 + 6h + 1 - 1}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (9h + 6)$$

$$= 6$$

12] 次の関数を微分せよ。(定義に従って計算する必要はない。)

a) $f(x) = (1-2x)^3 = 1 - 6x + 12x^2 - 8x^3$

$$f'(x) = -6 + 24x - 24x^2$$

b) $f(x) = (1-2x)(1+2x+4x^2) = 1 - 8x^3$

$$f'(x) = -24x^2$$

基礎数学 AI 期末試験	入学年度	学部	学科	級	番号	姓	名
金曜2限 担当: 飯田 政人							

12) $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{6}$ とする。以下の問いに答えよ。

a) x が -1 から 1 まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求めよ。

$$\frac{f(1) - f(-1)}{1 - (-1)} = \frac{2 - (-\frac{5}{6})}{1 + 1} = \frac{7}{3}$$

b) $f(x)$ の導関数を求めよ。(定義に従って計算する必要はない。)

$$f'(x) = -2x^2 + x + 3 = -(2x - 3)(x + 1)$$

c) $y = f(x)$ のグラフの $(1, f(1))$ における接線の方程式を求めよ。

$$f'(1) = -2 + 1 + 3 = 2$$

$$y - f(1) = f'(1)(x - 1)$$

$$y - 2 = 2(x - 1)$$

$$\therefore y = 2x$$

d) $f'(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ。

$$-(2x - 3)(x + 1) > 0$$

$$\Leftrightarrow (2x - 3)(x + 1) < 0$$

$$-1 < x < \frac{3}{2}$$

e) $f(x)$ の増減表を完成させ、 $f(x)$ が極大・極小となる x の値を求めよ。

x	...	-1	...	$\frac{3}{2}$...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$		$\searrow -\frac{4}{3}$	\nearrow	$\frac{61}{24}$	\searrow

2. $x = -1$ のとき 極小
 $x = \frac{3}{2}$ のとき 極大

f) $f(-3), f(-2), f(-1), f(0), f(1), f(2), f(3)$ をそれぞれ求めよ。

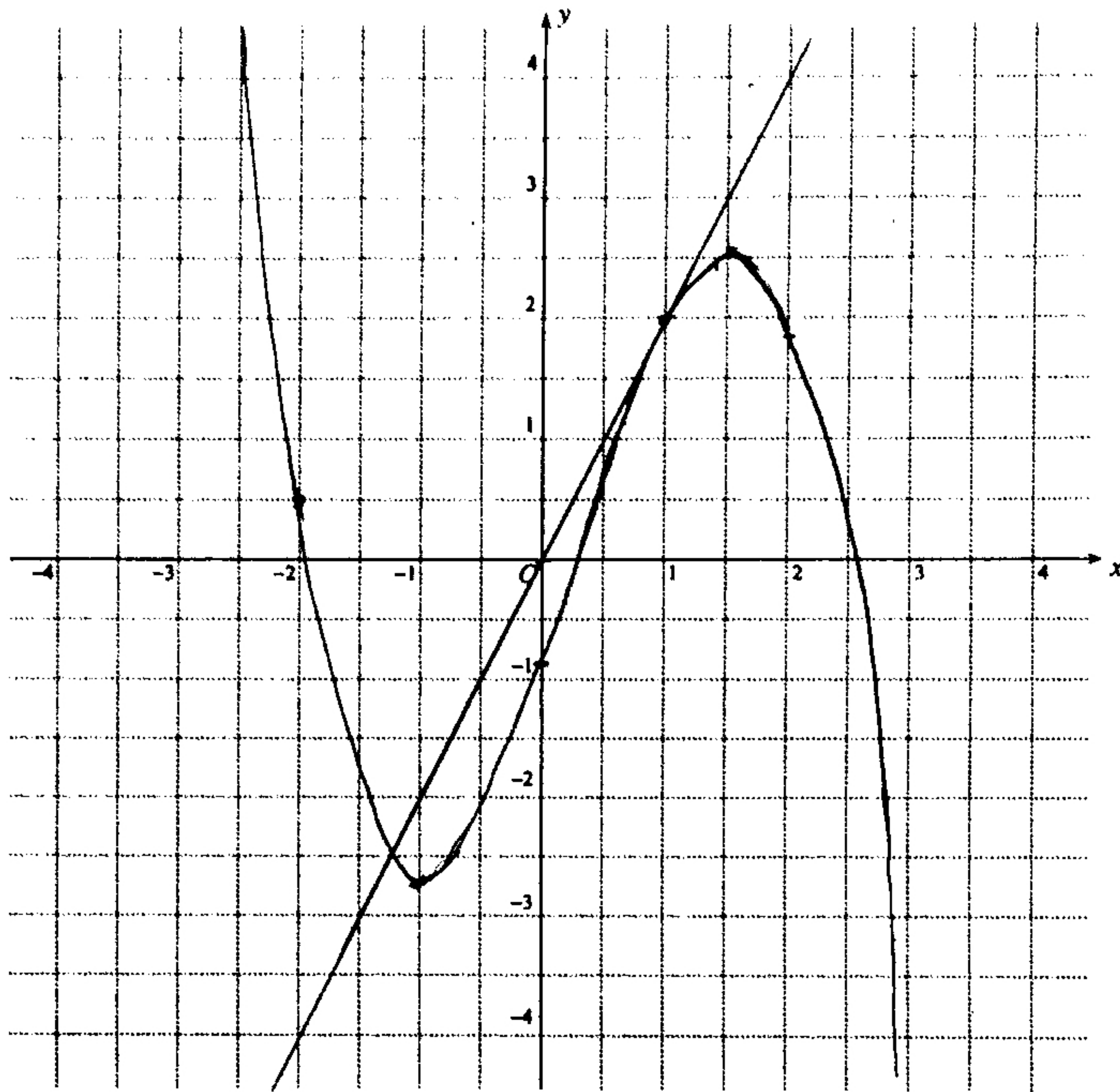
$$f(-3) = \frac{38}{3} \quad f(1) = 2$$

$$f(-2) = \frac{1}{2} \quad f(0) = -\frac{5}{6}$$

$$f(-1) = -\frac{8}{3} \quad f(2) = \frac{11}{6}$$

$$f(3) = -\frac{16}{3}$$

g) ここまでの結果を反映させ、 $y = f(x)$ のグラフと、 $(1, f(1))$ における接線をのグラフをなるべく丁寧に描け。



13) 1 辺が 30cm の正方形の厚紙がある。四すみから 1 辺 x の合同な正方形を切り取って、折り曲げ、ふたのない箱を作る。

a) x の取りうる値の範囲を求めよ。

$$x > 0 \quad \text{かつ} \quad 30 - 2x > 0$$

$$\therefore 0 < x < 15$$

b) x が取りうる範囲での箱の容積の増減を調べ、箱の容積の最大値とそのときの切り取る正方形の 1 辺の長さを求めよ。

4 箱の容積 $V = x(30 - 2x)^2$

$$= 4(225x - 30x^2 + x^3)$$

$$\frac{dV}{dx} = 4(225 - 60x + 3x^2)$$

$$= 12(75 - 20x + x^2)$$

$$= 12(5 - x)(15 - x)$$

x	0	5	15
$\frac{dV}{dx}$	+	0	-
V		\nearrow 2000 \searrow	

$x = 5$ のとき 最大

(箱) 15cm