

復習問題

まず、次の用語の定義を復習せよ。

- 集合, 部分集合, 全体集合, 補集合, 共通部分, 和集合
- 試行, 事象, 根元事象, 標本空間, 余事象, 確率, 条件付き確率, 独立な試行
- 確率変数, 確率分布, 平均, 期待値, 分散, 標準偏差, 二項分布

1] 1 から 100 までの整数のうち, 2 の倍数全体の集合を A , 3 の倍数全体の集合を B , 5 の倍数全体の集合を C とするとき, 次の集合の要素の個数を求めよ.

a) $A \cap B$

b) $(A \cap B) \cup C$

2] 数直線上の集合 $A = \{x \mid 3 \leq x \leq a\}$, $B = \{x \mid 5 < x < 8\}$ について次の問に答えよ. ただし, a は 3 より大きい定数とする.

- $A \cap B = \phi$ となるような a の範囲を求めよ.
- $A \cap B$ が整数を 1 つだけ含むような a の範囲を求めよ.
- $\bar{A} \subset \bar{B}$ となるような a の範囲を求めよ.

3] 1 から 10 までの数字が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードの中から 1 枚のカードを引く試行において, たとえば 1 のカードを引くことを単に 1 で表すとする.

- 標本空間 U を求めよ.
- この試行において, 事象は全部でいくつあるか.
- 10 の約数のカードを引く事象 A を表す集合を求めよ.
- A の余事象 \bar{A} を表す集合を求めよ.

4] ある飛行機の乗客 300 人について, その構成を調べたところ, 下の表のような結果であった.

	男性	女性	計
大人	156	69	
子供	39	36	
計			

この乗客の中から無作為に 1 人を選ぶとき, その人が男性であるという事象を A , 大人であるという事象を B とする. このとき, 次の確率を求めよ.

a) $P(A)$

b) $P(B)$

c) $P(A \cap B)$

d) $P_A(B)$

5] ある製品を製造する 2 つの工場 A , B があり, A 工場の製品には 3%, B 工場の製品には 4% の不良品が含まれているとする. A 工場の製品 200 個と B 工場の製品 250 個とを混ぜた中から 1 個を取り出すとき, 次の確率を求めよ.

- それが不良品である確率
- 不良品であったときに, それが A 工場の製品である確率

6 2個のさいころを同時に投げる。2個のさいころの目のどちらかが偶数であることがわかっているとき、両方の目が偶数である確率を求めよ。

7 1組52枚のトランプから1枚引くとき、次の3つの事象のうち、どの2つが独立であるか、従属であるか。

A: そのカードがハートである

B: そのカードが絵札である

C: そのカードがハートのキングまたはダイヤのキングである

8 次の確率変数 X の確率分布を求め、その期待値と分散を求めよ。

a) 4枚の硬貨を同時に投げる時、表の出る枚数 X

b) 2個のさいころを同時に投げる時、出る目の差の絶対値 X

c) 赤玉4個と白玉3個が入っている袋の中から、1個ずつ3回続けて玉を取り出すとき、赤玉の出た回数 X (ただし、取り出した玉は元に戻さないものとする。)

9 50円硬貨1枚と100円硬貨1枚を同時に投げる時、表の出た硬貨の金額の和の期待値と標準偏差を求めよ。

10 a, b は定数で、 $a > 0$ とする。確率変数 X の期待値が5、分散が100であるとき、1次式 $Y = aX + b$ で定められる確率変数 Y の期待値が0、分散が1となるように、 a, b の値を定めよ。

11 ある製品を製造する際に、不良品が出る確率は0.05であるという。製品1000個の中の不良品の個数を X とする。

a) 確率変数 X は二項分布に従う。その分布を $B(n, p)$ の形に表せ。

b) X の期待値、標準偏差を求めよ。

12 数直線上に針を立て、硬貨を投げて、表が出たら針を正の方向に1だけ動かし、裏が出たら針を負の方向に1だけ動かす。最初に針を原点に立てておき、硬貨を6回投げた後の針の座標を X とする。また、第 k 回目に表が出ると1、裏が出ると -1 となる確率変数を X_k とすると、 X_1, \dots, X_6 は互いに独立であって、 $X = X_1 + X_2 + \dots + X_6$ と表せる。次の問に答えよ。

a) 第 k 回目に表が出ると1、裏が出ると0となる確率変数を Y_k とする。 X_k を Y_k で表せ。

b) $Y = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_6$ は二項分布に従う。その分布を $B(n, p)$ の形で表せ。

c) X を Y を用いて表せ。

d) X の期待値、分散、標準偏差を求めよ。