

1 次のそれぞれの値を求めよ.

a) $\log_2 32 = 5$

b) $\log_{25} 5 = \frac{1}{2}$

c) $\log_2 \frac{1}{4} = -2$

d) $\log_4 16 = 2$

e) $\log_5 5 = 1$

f) $\log_4 2 = \frac{1}{2}$

g) $\log_3 \frac{1}{3} = -1$

h) $\log_8 \sqrt{2} = \frac{1}{6}$

2 次の式の x を求めよ.

a) $\log_2 x = 3 \quad x = 2^3 = 8$

b) $\log_4 x = -\frac{1}{2} \quad x = 4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

c) $\log_3 x = 2 \quad x = 3^2 = 9$

d) $\log_{27} x = 3 \quad x = 27^3 = 3^9 = 19683$

3 $\log_a M = r$, $\log_a N = s$ とおくと $M = a^r$, $N = a^s$ と表せる. このことと指数法則を利用して次のおのおの対数の性質を証明せよ.

a) $\log_a(M \times N) = \log_a M + \log_a N$

$$\begin{aligned} \log_a(M \times N) &= \log_a(a^r \times a^s) \\ &= \log_a a^{r+s} \\ &= r+s \\ &= \log_a M + \log_a N \end{aligned}$$

b) $\log_a\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$

$$\begin{aligned} \log_a\left(\frac{M}{N}\right) &= \log_a\left(\frac{a^r}{a^s}\right) \\ &= \log_a a^{r-s} \\ &= r-s \\ &= \log_a M - \log_a N \end{aligned}$$

c) $\log_a M^n = n \log_a M$

$$\begin{aligned} \log_a M^n &= \log_a(a^r)^n \\ &= \log_a a^{rn} \\ &= rn \\ &= n \log_a M \end{aligned}$$

4 $p = \log_a 2$, $q = \log_a 3$ とするとき, 次の値を p , q で表せ.

a) $\log_a 8 = 3 \log_a 2 = 3p$

b) $\log_a 18 = \log_a 2 + 2 \log_a 3 = p + 2q$

c) $\log_a 12 = 2 \log_a 2 + \log_a 3 = 2p + q$

d) $\log_a 1.5 = \log_a \frac{3}{2} = q - p$

5 次の各々の式を計算せよ.

a) $\log_2 \frac{3}{4} - \log_2 \frac{3}{2} = \log_2 3 - \log_2 4 - \log_2 3 + \log_2 2 = -1$

b) $\frac{1}{2} \log_3 5 - \log_3 \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{1}{2} \log_3 5 - \frac{1}{2} \log_3 5 + \log_3 3 = 1$

c) $\log_2(3 + \sqrt{5}) + \log_2(3 - \sqrt{5}) = \log_2(3^2 - (\sqrt{5})^2) = \log_2 4 = 2$

d) $3 \log_5 15 - \log_5 135 = 3(\log_5 3 + \log_5 5) - (3 \log_5 3 + \log_5 5) = 2$

6 次の各々の式を簡単にせよ.

a) $\frac{1}{3} \log_{10} 125 + \log_{10} \frac{3}{5} - \log_{10} 0.3 = \log_{10} (5^3)^{\frac{1}{3}} + \log_{10} 3 - \log_{10} 5 - (\log_{10} 3 - \log_{10} 10) = 1$

b) $\log_a \frac{A}{B} + \log_a \frac{B}{C} + \log_a \frac{C}{A} = \log_a \left(\frac{A}{B} \times \frac{B}{C} \times \frac{C}{A}\right) = \log_a 1 = 0$

7 $\log_2 3 = m$ のとき, $\log_4 6$, $\log_3 2$ を m で表せ.

a) $\log_4 6 = \frac{\log_2 6}{\log_2 4} = \frac{\log_2 2 + \log_2 3}{2} = \frac{1+m}{2}$

b) $\log_3 2 = \frac{\log_2 2}{\log_2 3} = \frac{1}{m}$

8 底の変換公式を用いて次の等式を証明せよ.

a) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

$$\log_a b = \frac{\log_b b}{\log_b a} = \frac{1}{\log_b a}$$

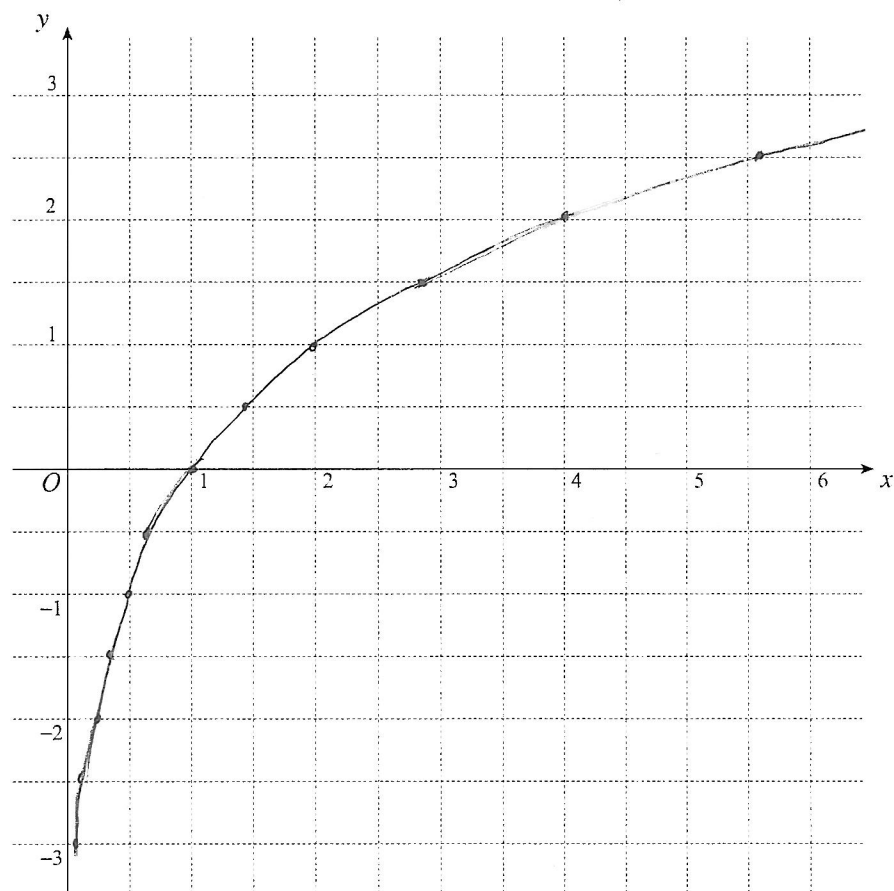
b) $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$

$$\begin{aligned} & \log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a \\ &= \log_a b \cdot \frac{\log_a c}{\log_a b} \cdot \frac{\log_a a}{\log_a c} \\ &= \log_a a = 1 \end{aligned}$$

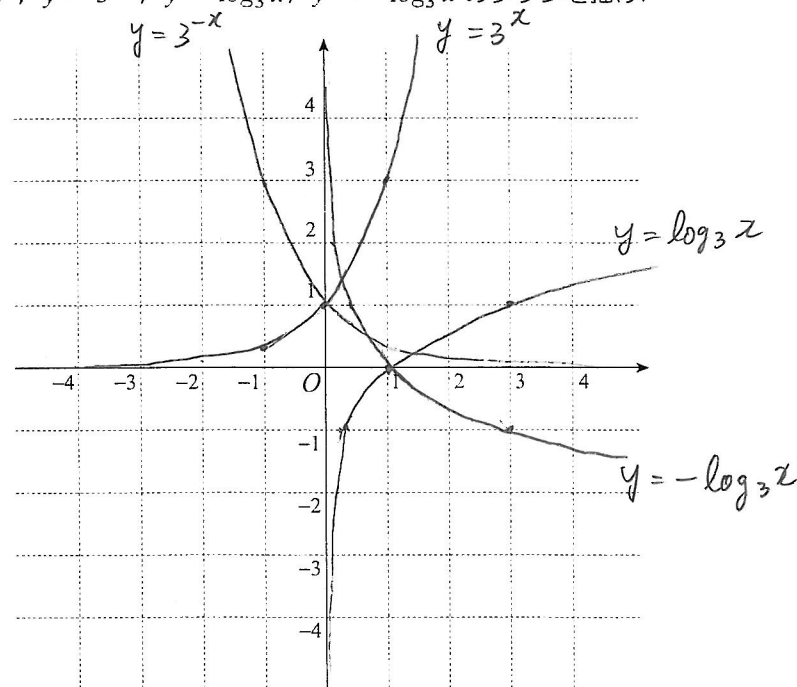
9 関数 $y = \log_2 x$ について次の表にあてはまる x の値を 小数 で表せ. ただし, $2^{0.5} = 1.414$ とする.

x	0.125	0.178	0.25	0.356	0.5	0.707	1.0	1.414	2.0	2.828	4.0	5.656	8.0
y	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3

10 前問を利用して, 指数関数 $y = \log_2 x$ のグラフを描け.



11 4つの関数 $y = 3^x$, $y = 3^{-x}$, $y = \log_3 x$, $y = -\log_3 x$ のグラフを描け.



12 2^{32} は何桁の整数か. ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする.

$$\log_{10} 2^{32} = 32 \log_{10} 2 = 9.632$$

$$\therefore 10^9 < 2^{32} = 10^{9.632} < 10^{10}$$

よって 2^{32} は 10 桁の数

13 光線が, ある種のガラスを 1 枚透過することにより, その光度の $\frac{1}{10}$ を失うという. このガラスを何枚以上重ねたものを透過すると, 光度がもとの $\frac{1}{3}$ 以下に弱められるか. ただし $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする.

1 枚透過することにより 光度は $\frac{9}{10}$ になるから, n 枚透過すると

光度はもとの $(\frac{9}{10})^n$. したがって $\frac{1}{3}$ 以下になるための n の条件を求めよう

$$\left(\frac{9}{10}\right)^n \leq \frac{1}{3}$$

$$\log\left(\frac{9}{10}\right)^n \leq \log\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$n(2 \log_{10} 3 - \log_{10} 10) \leq \log_{10} 1 - \log_{10} 3$$

$$(2 \times 0.4771 - 1)n \leq -0.4771$$

$$n \geq \frac{-0.4771}{-0.0458} \approx 10.42$$

(答) 11 枚以上