

1 次のそれぞれの値を求めよ.

a) $\sqrt[5]{32} = 2$

b) $\sqrt[3]{-8} = -2$

c) $\sqrt[3]{-0.001} = -0.1$

d) $\sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{3}{2}$

2 次のそれぞれの値を求めよ.

a) $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^6} = 2^2 = 4$

b) $\sqrt[4]{\frac{9}{4}} \times \sqrt[4]{36} = \sqrt[4]{\frac{4 \times 36}{4}} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

c) $\sqrt[3]{0.0001} \times \sqrt[3]{10} = \sqrt[3]{0.0001 \times 10} = 0.1$

d) $\sqrt[4]{80} \div \sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$

3 次のそれぞれの値を求めよ.

a) $(\sqrt[6]{4})^3 = (2^{\frac{2}{6}})^3 = 2$

b) $\sqrt[3]{-\sqrt{729}} = \sqrt[3]{-\sqrt{3^6}} = \sqrt[3]{-3^3} = -3$

4 次のそれぞれの値を求めよ.

a) $3^0 = 1$

b) $0.1^{-1} = 10$

c) $(2.5^0)^{-4} = 1$

d) $(\frac{2}{3})^{-3} = \frac{2^3}{3}$

5 次のそれぞれの値を求めよ.

a) $27^{-\frac{1}{3}} = (3^3)^{-\frac{1}{3}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

b) $8^{-\frac{2}{3}} = (2^3)^{-\frac{2}{3}} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$

c) $32^{0.4} = (2^5)^{\frac{2}{5}} = 2^2 = 4$

d) $100^{-\frac{1}{2}} = (10^2)^{-\frac{1}{2}} = 10^{-1} = \frac{1}{10}$

6 次の累乗根を分数指数を用いて表せ. ただし, $a > 0$ とする.

a) $\sqrt[5]{a^7} = a^{\frac{7}{5}}$

b) $\frac{1}{\sqrt[4]{a}} = a^{-\frac{1}{4}}$

c) $\sqrt[3]{a} \sqrt{a} = a^{\frac{5}{6}}$

d) $\sqrt{\sqrt[3]{a}} = a^{\frac{1}{6}}$

7 次の各式を, $\sqrt[n]{a^m}$ の形に表せ. ただし, $a > 0$ とする.

a) $a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2}$

b) $a^{1.75} = a^{\frac{7}{4}} = \sqrt[4]{a^7}$

c) $\frac{1}{a^{-2.5}} = a^{2.5} = a^{\frac{5}{2}} = \sqrt{a^5}$

d) $a^{-3.6} \times a^{4.3} = a^{0.7} = a^{\frac{7}{10}} = \sqrt[10]{a^7}$

8 次の各々を計算し, 答えを分数指数の形で表せ. ただし, $a > 0, b > 0$ とする.

a) $\frac{a^{\frac{3}{4}}}{\sqrt[6]{a}} = \frac{a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{1}{6}}}{a^{\frac{1}{6}}} = a^{1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}} = a^{\frac{7}{6}}$

b) $\sqrt[4]{a^3} \times \sqrt[6]{a^4} = a^{\frac{3}{4}} \times a^{\frac{4}{6}} = a^{\frac{17}{12}}$

c) $\sqrt[3]{a} \div \sqrt[4]{a^3} = a^{\frac{1}{3}} \times a^{-\frac{3}{4}} = a^{-\frac{5}{12}}$

d) $\frac{\sqrt{a^3 b} \times \sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[6]{a^5 b}} = \frac{a^{\frac{3}{2}} b^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{5}{6}} b^{\frac{1}{6}}} = a^{\frac{3}{2} + \frac{1}{3} - \frac{5}{6}} \cdot b^{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}} = ab$

e) $10^{-\frac{1}{6}} \div 10^{-\frac{1}{3}} \times 10^{\frac{5}{6}} = 10^{-\frac{1}{6}} \times 10^{\frac{1}{3}} \times 10^{\frac{5}{6}} = 10^{-\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{5}{6}} = 10$

f) $a^{0.4} \div a^{-\frac{1}{3}} = a^{\frac{2}{5}} \times a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{11}{15}}$

g) $a^{-\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{3}} \div a^{\frac{5}{6}} = a^{-\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{3}} \times a^{-\frac{5}{6}} = a^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{5}{6}} = a^{-1}$

h) $(a^p \cdot a^q)^r (a^q \cdot a^r)^p (a^r \cdot a^p)^q = a^{r(p+q)} a^{p(q+r)} a^{q(r+p)} = a^{rp-rq+pq-pr+qr-qp} = a^0 = 1$

9 次の各々の式を簡単にせよ.

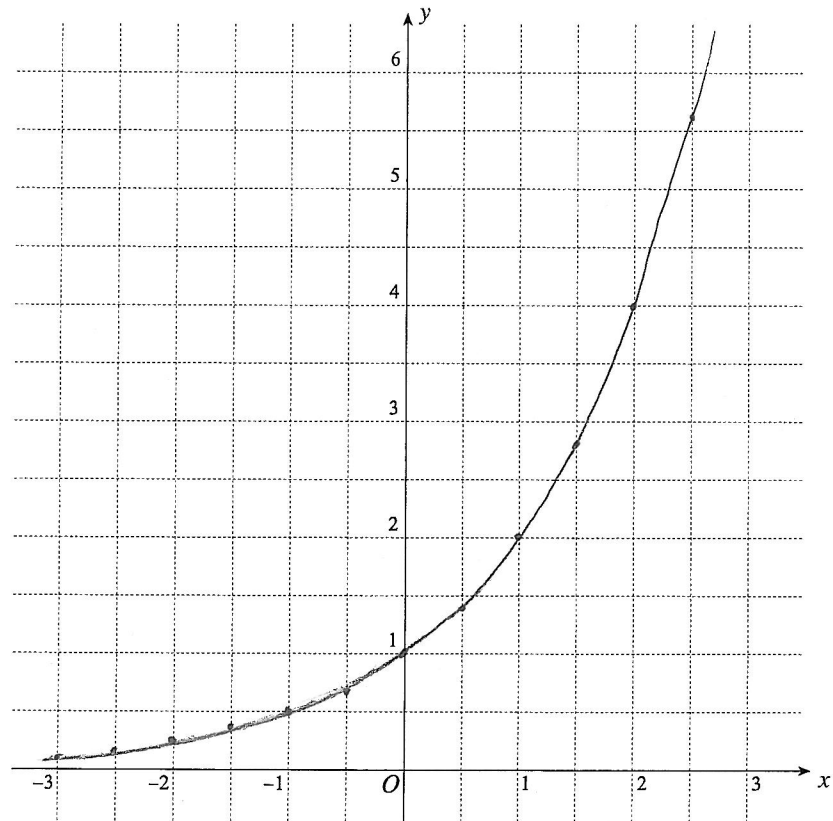
a) $(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})^2 = x + 2 + x^{-1}$

b) $(ab^{-1} + a^{-1}b)^2 - (ab^{-1} - a^{-1}b)^2 = a^2 b^{-2} + 2 + a^{-2} b^2 - (a^2 b^{-2} - 2 + a^{-2} b^2) = 4$

- 10) a) $2^{0.5} \approx 1.414$ とする. このとき, $2^{-0.5}$ の近似値は, $2^{-0.5} = 2^{0.5} \times 2^{-1} \approx 1.414 \div 2 = 0.707$ というふうに計算できる. これを応用して $2^{-1.5}, 2^{1.5}, \dots$ の近似値を求め, 関数 $y = 2^x$ についての次の表にあてはまる y の値を 小数 で表せ.

x	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
y	0.125	0.177	0.25	0.354	0.5	0.707	1	1.414	2	2.828	4	5.656	8

- b) 上の表を利用して, 指数関数 $y = 2^x$ のグラフを できる限り丁寧に 描け.



- 11) 次の方程式を解け.

a) $4^x = 32$ $2^{2x} = 2^5$
 $2x = 5$
 $x = \frac{5}{2}$

b) $125^x = 25$ $5^{3x} = 5^2$
 $3x = 2$
 $x = \frac{2}{3}$

c) $3^x = 1$
 $x = 0$

d) $3^x = \sqrt{27}$ $3^x = 3^{\frac{3}{2}}$
 $x = \frac{3}{2}$

- 12) 次の数を小さいものから順に並べよ. $10^{-1}, 10^{\frac{2}{3}}, 10^0, 10^{-\frac{1}{2}}, 10^{\frac{3}{2}}$

$10^x < 10^y \Leftrightarrow x < y$ より, 指数が小さい方から並べればよい

$10^{-1}, 10^{-\frac{1}{2}}, 10^0, 10^{\frac{2}{3}}, 10^{\frac{3}{2}}$

- 13) $\sqrt{2}$ と $\sqrt[3]{3}$ の大小を比較するのに, 両方を同じ累乗根で表し, $\sqrt{2} = \sqrt[6]{8}, \sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{9}$ として, $\sqrt[6]{\quad}$ の中の数を比較する方法がある. 次の各組の数の大小を比べよ.

a) $\sqrt{6}, \sqrt[3]{14}$

$\sqrt{6} = \sqrt[6]{6^3} = \sqrt[6]{216}$
 $\sqrt[3]{14} = \sqrt[6]{14^2} = \sqrt[6]{196}$
 $\therefore \sqrt{6} > \sqrt[3]{14}$

b) $\sqrt{10}, \sqrt[3]{31}$

$\sqrt{10} = \sqrt[6]{1000}$
 $\sqrt[3]{31} = \sqrt[6]{961}$
 $\therefore \sqrt{10} > \sqrt[3]{31}$

c) $\sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{4}, \sqrt[5]{5}$

$\sqrt[4]{4} = \sqrt{2} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[6]{8}$
 $\sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{3^2} = \sqrt[6]{9}$
 $\therefore \sqrt[3]{3} > \sqrt[4]{4}$
 $\sqrt[5]{5} = \sqrt[10]{5^2} = \sqrt[10]{25}$
 $\sqrt[4]{4} = \sqrt{2} = \sqrt[10]{2^5} = \sqrt[10]{32}$
 $\therefore \sqrt[4]{4} > \sqrt[5]{5}$
 $\therefore \sqrt[3]{3} > \sqrt[4]{4} > \sqrt[5]{5}$

- 14) 4つの関数 $y = 3^x, y = 3^{-x}, y = -3^x, y = -3^{-x}$ のグラフを描け.

