1 $(a+b+c)^2+(b+c-a)^2+(c+a-b)^2+(a+b-c)^2$ を展開せよ．

$$
\begin{aligned}
\text{与式} &= a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca \\
&\quad + a^2+b^2+c^2-2ab+2bc-2ca \\
&\quad + a^2+b^2+c^2-2ab-2bc+2ac \\
&\quad + a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ca \\
&= 4(a^2+b^2+c^2)
\end{aligned}
$$

2 次の式を簡単にせよ．

a) $\dfrac{1}{x(x+1)}+\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}+\dfrac{1}{(x+2)(x+3)}$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{x+2+x}{x(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} \\
&= \frac{2\cancel{(x+1)}}{x\cancel{(x+1)}(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} = \frac{2(x+3)+x}{x(x+2)(x+3)} \\
&= \frac{3\cancel{(x+2)}}{x\cancel{(x+2)}(x+3)} = \frac{3}{x(x+3)}
\end{aligned}
$$

b) $\dfrac{x-z}{(y-z)(x-y)}-\dfrac{y-z}{(x-y)(z-x)}+\dfrac{x-y}{(z-x)(y-z)}$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{x-z}{(y-z)(x-y)} + \frac{-(y-z)^2+(x-y)^2}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\
&= \frac{x-z}{(y-z)(x-y)} + \frac{(x-y+y-z)(x-y-y+z)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\
&= \frac{x-z}{(y-z)(x-y)} + \frac{\overset{-1}{\cancel{(x-z)}}(x-2y+z)}{(x-y)(y-z)\cancel{(z-x)}} = \frac{x-z-x+2y-z}{(x-y)(y-z)} = \frac{2}{x-y}
\end{aligned}
$$

3 次の式を簡単にせよ．

a)
$$
\begin{aligned}
\frac{1}{\sqrt5-\sqrt3}-\frac{2}{\sqrt5+1} &= \frac{\sqrt5+\sqrt3}{(\sqrt5-\sqrt3)(\sqrt5+\sqrt3)} - \frac{2(\sqrt5-1)}{(\sqrt5+1)(\sqrt5-1)} \\
&= \frac{\sqrt5+\sqrt3}{2} + \frac{-\sqrt5+1}{2} = \frac{\sqrt3+1}{2}
\end{aligned}
$$

b)
$$
\begin{aligned}
\frac{1}{1+\sqrt2+\sqrt3} &= \frac{1+\sqrt2-\sqrt3}{(1+\sqrt2+\sqrt3)(1+\sqrt2-\sqrt3)} = \frac{1+\sqrt2-\sqrt3}{2\sqrt2} \\
&= \frac{\sqrt2+2-\sqrt6}{4}
\end{aligned}
$$

4 ある整式から，$2xy-3yz+4zx$ を引くところを，誤ってこの式を加えたので，答は $2yz+zx-2xy$ となった．正しい答を求めよ．

ある整式を P とおく。

$$P+(2xy-3yz+4zx) = 2yz+zx-2xy$$

$$\therefore\ P = -4xy+5yz-3zx$$

$$
\begin{aligned}
\text{正しい答} &= P-(2xy-3yz+4zx) \\
&= -6xy+8yz-7zx
\end{aligned}
$$

5 $6x^4-2x^3+7x^2+ax+b$ を $2x^2+1$ で割ったときのあまりが $x-1$ となるように a，b の値を定めよ．

$$
\begin{array}{r}
3x^2-x+2 \\
2x^2+1\ \big)\ 6x^4-2x^3+7x^2+ax+b \\
6x^4\qquad\ \ +3x^2 \qquad\qquad \\
\hline
-2x^3+4x^2+ax+b \\
-2x^3\qquad\ \ -x\qquad \\
\hline
4x^2+(a+1)x+b \\
4x^2\qquad\qquad +2 \\
\hline
(a+1)x+(b-2)
\end{array}
$$

$(a+1)x+(b-2) = x-1$ より

$a+1=1$, $b-2=-1$.　　$\therefore\ a=0,\ b=1$

6 次数の等しい2つの整式がある．その最大公約数は $x-1$，最小公倍数は $x^3-6x^2+11x-6$ である．この2つの式を求めよ．

$f(x)=x^3-6x^2+11x-6$ とおくと　$f(1)=0$，$f(2)=0$，$f(3)=0$ だから

$f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)$

2つの整式を $P(x)$, $Q(x)$ とすると $\begin{cases} P(x)=(x-1)P_1(x), \\ Q(x)=(x-1)Q_1(x), \\ P_1(x),\ Q_1(x) \text{ は互いに素} \end{cases}$

と書ける。このとき最小公倍数は $(x-1)P_1(x)Q_1(x)$ だから

$P_1(x)Q_1(x)=(x-2)(x-3)$，$P_1(x)$, $Q_1(x)$ の次数が等しいとすると

$P_1(x)$, $Q_1(x)$ は $x-2$, $x-3$ のいずれか．

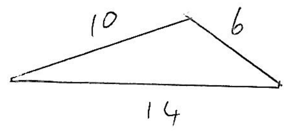
$\therefore$ 2つの整式は　$(x-1)(x-2)$　と　$(x-1)(x-3)$

【裏に続く】

7 周の長さが 30cm で，3 辺の長さが 4cm ずつ違っている三角形の各辺の長さを求めて，この三角形を描いてみよ．周の長さが 30cm で，3 辺の長さが 6cm ずつ違っているとするとどうなるか．

3辺の長さを x, $x+4$, $x+8$ とすると $x+(x+4)+(x+8)=30$

このとき，$3x=18$, $x=6$ したがって 3辺は 6, 10, 14 cm



一方，3辺の長さを x, $x+6$, $x+12$ とすると $x+(x+6)+(x+12)=30$

これより $x=4$ となり，3辺は 4, 10, 16 cm となる

しかし，$4+10<16$ だから 2辺の和が他の1辺より短かく，三角形はつくれない．

8 50000 円を預金して，1 年後の利息の中から 1000 円を受け取り，残りを元金に加えて，前年より 1.2% 高い年利率でさらに 1 年間預けたところ，2 年目の利息は前年の利息より 645 円多かったという．前年の利率を求めよ．

前年の利率を x% とすると

$$\left(\left(50000\times\frac{x}{100}-1000\right)+50000\right)\times\frac{x+1.2}{100}=50000\times\frac{x}{100}+645$$

$$(500x-1000+50000)\times\frac{x+1.2}{100}=500x+645$$

$$(5x+490)(x+1.2)=500x+645$$

$$5x^2+496x+588=500x+645$$

$$5x^2-4x-57=0$$

5　−19　−19
1　+3　15
−4

645
588
57

$$(5x-19)(x+3)=0$$

$x>0$ より $x=\frac{19}{5}=3.8$ (%)

9 あるプロバイダー会社（インターネット接続業者）では，1 ヶ月の料金（基本料金と回線使用料金の合計金額）について下の表の 3 種類の料金プラン A，B，C を用意している．

A，B のプランでは回線を 20 時間使用したとき 1 ヶ月の料金は同じである．また，3 つのプランを比較すると，B プランの 1 ヶ月の料金が最も高くなるのは回線使用時間が 5 時間までの時で，逆に最も安くなるのは，回線使用時間がある時間からある時間までの 10 時間である．

a) B プランの基本料金 a 円を求めよ．

b) B プランにおいて，回線使用時間を x 時間，1 ヶ月の料金を y 円としたとき，x と y の関係をグラフに表せ．

c) C プランの基本料金 b 円，1 時間あたりの回線使用料金 c 円を求めよ．

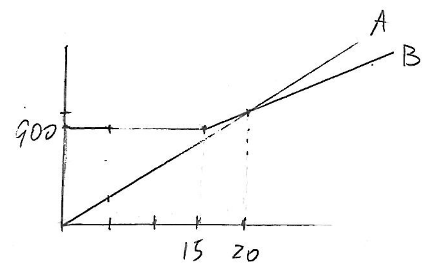
	基本料金	回線使用料金
A プラン	なし	1 時間につき 50 円の割合
B プラン	a 円	15 時間まで無料，15 時間を超える分の使用料金は 1 時間につき 20 円の割合
C プラン	b 円	1 時間につき c 円の割合

a) A プラン 20時間 $50\times20=1000$ (円)

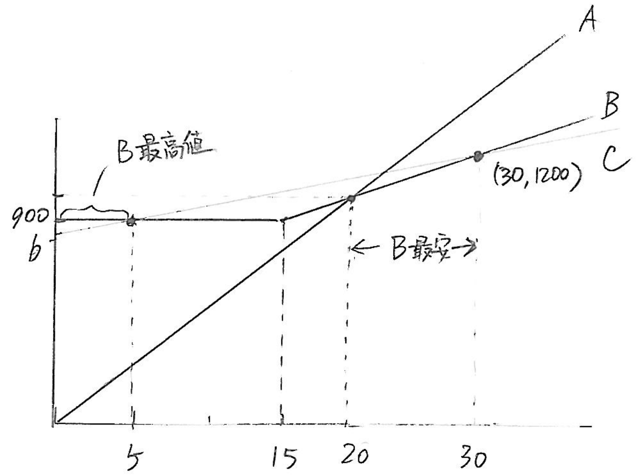
B プラン 20時間 $a+(20-15)\times20=a+100$ (円)

$a+100=1000$ より $a=900$ (円)

b)



c)



Bプランは 20時間から30時間まで最安値となる．

30時間での料金は

$900+20\times(30-15)=1200$

C：(5, 900), (30, 1200) を通る

$y-900=\frac{300}{25}(x-5)$

$y=12x+840$

b：840 (円)

c：12 (円)