1 次の放物線は，[ ] 内のグラフをどのように平行移動してできたグラフかを示せ．また，下の座標平面にグラフをなるべく丁寧に描け．

a) $y = x^2 + 6x + 5$　$[y = x^2]$

$y = (x+3)^2 - 4$

$\begin{cases} x\text{軸方向に } -3 \\ y\text{軸方向に } -4 \end{cases}$

b) $y = 2x^2 - 8x + 9$　$[y = 2x^2]$

$y = 2(x-2)^2 + 1$

$\begin{cases} x\text{軸方向に } +2 \\ y\text{軸方向に } +1 \end{cases}$

c) $y = -x^2 + 5x - 6$　$[y = -x^2]$

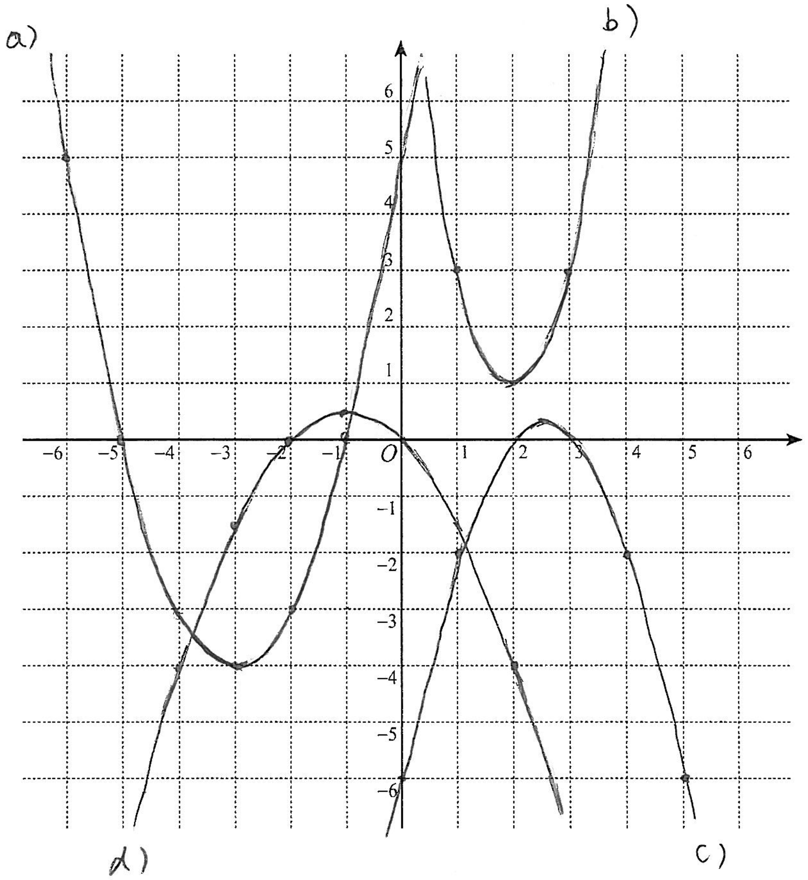
$y = -(x - \frac{5}{2})^2 + \frac{1}{4}$

$\begin{cases} x\text{軸方向に } +\frac{5}{2} \\ y\text{軸方向に } +\frac{1}{4} \end{cases}$

d) $y = -x - \frac{1}{2}x^2$　$[y = -\frac{1}{2}x^2]$

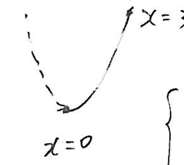
$y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{1}{2}$

$\begin{cases} x\text{軸方向に } -1 \\ y\text{軸方向に } +\frac{1}{2} \end{cases}$



2 次の関数について，（ ）内に示した定義域における最大値と最小値を求めよ．また，そのときの x の値を求めよ．

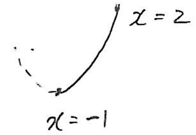
a) $y = x^2 - 2$　$(0 \leqq x \leqq 3)$



$\begin{cases} \text{最大値 } 7 \ (x=3) \\ \text{最小値 } -2 \ (x=0) \end{cases}$

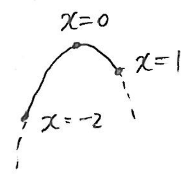
b) $y = x^2 + 2x - 3$　$(-1 \leqq x \leqq 2)$

$y = (x+1)^2 - 4$



$\begin{cases} \text{最大値 } 5 \ (x=2) \\ \text{最小値 } -4 \ (x=-1) \end{cases}$

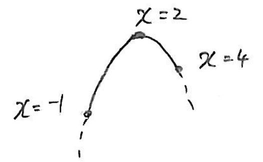
c) $y = 3 - x^2$　$(-2 \leqq x \leqq 1)$



$\begin{cases} \text{最大値 } 3 \ (x=0) \\ \text{最小値 } -1 \ (x=-2) \end{cases}$

d) $y = -x^2 + 4x$　$(-1 \leqq x \leqq 4)$

$y = -(x-2)^2 + 4$



$\begin{cases} \text{最大値 } 4 \ (x=2) \\ \text{最小値 } -5 \ (x=-1) \end{cases}$

3 直角をはさむ 2 辺の和が 20 cm である直角三角形で，その斜辺が最小になるのは、どんな場合か．

直角をはさむ 2辺のうち 1辺の長さを x cm とすると，もう1辺は $(20-x)$ cm

このとき 斜辺の長さは $\sqrt{x^2 + (20-x)^2}$ cm　これが最小になるのは

根号内 $y = x^2 + (20-x)^2$ が最小になるとき。

$y = 2x^2 - 40x + 400 = 2(x-10)^2 + 200$

よって $x = 10 = 20 - x$ のとき 斜辺最小、∴これは 直角二等辺三角となるとき．

4 1 個の原価 80 円の商品を，1 個につき 100 円で売ると，毎日 800 個の売り上げがあり，もし値上げをすれば，単価 1 円の値上げにつき，10 個の割合で、売り上げが減少すると考えられるという．利益を最大にするには，売価をいくらにすればよいか．

x円 値上げしたとすると，1個当りの利益は $(100+x) - 80 = 20 + x$ (円)

このとき $800 - 10x$ 個の売り上げがあると考えられるので，利益は

$y = (20+x)(800-10x) = -10x^2 + 600x + 16000$

$= -10(x-30)^2 + 25000$

したがって 30円 値上げしたとき 利益が最大となる．

すなわち 売価を 130円にすればよい。

【裏に続く】

5 次の方程式を解け．

a) $2x^2+7x+3=0$

$(2x+1)(x+3)=0$

$x=-\frac{1}{2},\ -3$

b) $4x^2-12x+9=0$

$(2x-3)^2=0$

$x=\frac{3}{2}$ （重解）

c) $x^2+3x-2=0$

$x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$

d) $3x^2-5x-2=0$

$(3x+1)(x-2)=0$

$x=2,\ -\frac{1}{3}$

e) $x^2-2x+5=0$

$x=-1\pm\sqrt{1-5}$

$=1\pm2i$

f) $\frac{x^2}{3}+\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=0$

$4x^2+6x-3=0$

$x=\frac{-3\pm\sqrt{21}}{4}$

6 縦の長さが横の長さより 1cm だけ長い長方形がある．面積が 21cm^2 であるとき，縦，横の長さはそれぞれいくらか．

縦の長さを x とすると，横の長さは $x-1$

$x(x-1)=21$

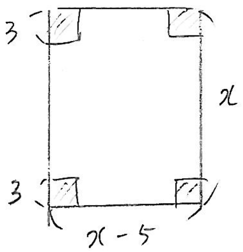
$x^2-x-21=0$

$x=\frac{1\pm\sqrt{85}}{2}$

$x>0$ より　$x=\frac{1+\sqrt{85}}{2}$

$\begin{cases} 縦\ \frac{1+\sqrt{85}}{2}\text{cm} \\ 横\ \frac{-1+\sqrt{85}}{2}\text{cm} \end{cases}$

7 横が縦よりも 5cm 短い長方形のボール紙がある．その四隅から一辺が 3cm の正方形を切りとり，残りの四方を折り曲げて，ふたのない箱をつくると，容積が 108cm^3 になるという．このボール紙の縦と横の長さを求めよ．



縦の長さを x とすると 横の長さは $x-5$

底面積 $=(x-2\times3)\times(x-5-2\times3)$

$=(x-6)(x-11)$

容積 $=3(x-6)(x-11)$

$3(x-6)(x-11)=108$

$x^2-17x+66=36$

$x^2-17x+30=0$

$(x-2)(x-15)=0$

$x>6$ でないとならないので $x=15$

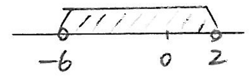
$\begin{cases} 縦\ 15\text{cm} \\ 横\ 10\text{cm} \end{cases}$

8 次の不等式を解け．またその解を数直線上に表せ．

a) $x^2+4x-12<0$

$(x-2)(x+6)<0$

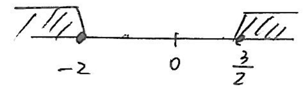
$-6<x<2$



b) $2x^2+x-6\geqq0$

$(2x-3)(x+2)\geqq0$

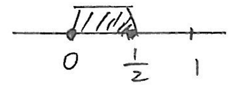
$x\leqq-2,\ x\geqq\frac{3}{2}$



c) $2x^2-x\leqq0$

$x(2x-1)\leqq0$

$0\leqq x\leqq\frac{1}{2}$

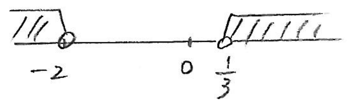


d) $6x^2+10x-4>0$

$3x^2+5x-2>0$

$(3x-1)(x+2)>0$

$x<-2,\ x>\frac{1}{3}$

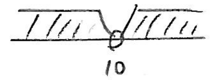


e) $x(x-8)>12x-100$

$x^2-20x+100>0$

$(x-10)^2>0$

$x\neq10$

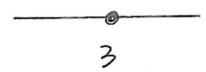


f) $x^2-x+1\leqq5x-8$

$x^2-6x+9\leqq0$

$(x-3)^2\leqq0$

$x=3$



9 n 角形の対角線は $\frac{n(n-3)}{2}$ 本ある．対角線が 35 本より少ない多角形のうち辺の数が最も多いのは何角形か．

$\frac{n(n-3)}{2}<35$

$n^2-3n<70$

$n^2-3n-70<0$

$(n-10)(n+7)<0$

$-7<n<10$

よって 9角形のとき

10 周囲の長さ 20cm の長方形の面積が 15cm^2 より大きく，20cm^2 をこえないようにするには，長方形の長い方の辺の長さをどのようにすればよいか．

[ヒント：長い方の辺の長さを x とすると，短い方の辺の長さは $10-x$．このとき x の方が $10-x$ よりも大きいという条件も考慮しなければならない．]

長い方の辺の長さを x とすると短い方の辺の長さは $10-x$.

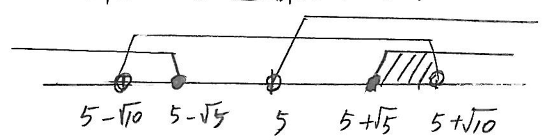
ただし $x>10-x$ でなければならない　∴ $x>5$ ―①

長方形の面積は $x(10-x)$ だから　$15<x(10-x)\leqq20$

これより $x(10-x)>15 \Rightarrow x^2-10x+15<0 \Rightarrow 5-\sqrt{10}<x<5+\sqrt{10}$ ―②

$x(10-x)\leqq20 \Rightarrow x^2-10x+20\geqq0 \Rightarrow x\leqq5-\sqrt{5},\ x\geqq5+\sqrt{5}$ ―③

①,②,③を数直線上に表すと



よって　$5+\sqrt{5}\leqq x<5+\sqrt{10}$

2015 年 5 月 13 日