学籍番号：＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名：＿＿＿＿＿＿＿＿

1 次の式を整理せよ．

a) $6x - \left(3x^2 - (-2x^2 + (4x^2 - 6) - 3) - 5x\right) = 6x - (3x^2 - (2x^2 - 9) - 5x)$
$= 6x - (x^2 - 5x + 9)$
$= -x^2 + 11x + 9$

b) $(2pq - 3p^2)(p + 2q) - (q^2 - 2pq)(2p - q) = 2p^2q + 4pq^2 - 3p^3 - 6p^2q$
$- (2pq^2 - q^3 - 4p^2q + 2pq^2)$
$= -3p^3 + (2p^2q - 6p^2q + 4p^2q) + (4pq^2 - 2pq^2 - 2pq^2) + q^3$
$= -3p^3 + q^3$

2 $A = x^2 - 3,\ B = 1 - 2x^2,\ C = x^3 - x + 1$ のとき，次の式を計算せよ．

a) $A - B - C = (x^2 - 3) - (1 - 2x^2) - (x^3 - x + 1)$
$= -x^3 + 3x^2 + x - 5$

b) $C - (B + 3A) = (x^3 - x + 1) - (1 - 2x^2 + 3(x^2 - 3))$
$= x^3 - x + 1 - x^2 + 8 = x^3 - x^2 - x + 9$

c) $A - \left(B - (C - A)\right) = A - (B - C + A) = -B + C$
$= -(1 - 2x^2) + (x^3 - x + 1)$
$= x^3 + 2x^2 - x$

3 次の各々の式を計算せよ．

a) $-a^2 \times (-b)^3 = a^2b^3$

b) $a \times (a^2)^3 \times (a^3)^2 = a^{13}$

c) $(xy)^4(-x^2)(-y)^3 = x^6y^7$

d) $ab^3(a^2 - 5b^2) = a^3b^3 - 5ab^5$

e) $(-3a^2b)^3 \times (-2ab^3)^2 = -108a^8b^9$

f) $(3x + 4y)^2 = 9x^2 + 24xy + 16y^2$

g) $(3x - 4)(7x - 1) = 21x^2 - 31x + 4$

h) $(5x + y)(x + 5y) = 5x^2 + 26xy + 5y^2$

i) $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$
$= a^4 - a^3b + a^2b^2$
$+ a^3b - a^2b^2 + ab^3$
$+ a^2b^2 - ab^3 + b^4$
$= a^4 + a^2b^2 + b^4$

j) $(x^2 + 3xy - y^2)(2x - 5y)$
$= 2x^3 - 5x^2y + 6x^2y - 15xy^2$
$- 2xy^2 + 5y^3$
$= 2x^3 + x^2y - 17xy^2 + 5y^3$

k) $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - bc - ca - ab) = a^2 + \cancel{ab^2} + \cancel{ac^2} - abc \cancel{- a^2c} \cancel{- a^2b}$
$\cancel{+ a^2b} + b^3 \cancel{+ bc^2} \cancel{- b^2c} - abc \cancel{- a^2b}$
$\cancel{+ a^2c} \cancel{+ b^2c} + c^3 \cancel{- bc^2} \cancel{- ac^2} - abc$
$= a^2 + b^2 + c^3 - 3abc$

4 次の各々の等式について，左辺を展開して右辺と一致することを示せ．［後で使う場面がある］

a) $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$
左辺 $= a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3$
$= a^3 + b^3$ $=$ 右辺

b) $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
左辺 $= a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3$
$= a^3 - b^3$ $=$ 右辺

c) $(x + y)^2 - (x - y)^2 = 4xy$
左辺 $= x^2 + 2xy + y^2 - (x^2 - 2xy + y^2)$
$= x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + 2xy - y^2$
$= 4xy$

5 次の各々の式を因数分解せよ．

a) $3ab - 6ac = 3a(b - 2c)$

b) $2a^2b - ab^2 = ab(2a - b)$

c) $x^2 - x = x(x - 1)$

d) $(a + b)x - (a + b)y = (a + b)(x - y)$

e) $x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$

f) $x^2 - 7x + 10 = (x - 2)(x - 5)$

g) $3x^2 - 18x + 27 = 3(x^2 - 6x + 9)$
$= 3(x - 3)^2$

h) $x^2 - 11xy + 24y^2 = (x - 3y)(x - 8y)$

i) $25x^2 - 4 = (5x)^2 - 2^2$
$= (5x - 2)(5x + 2)$

j) $x^3 + 8 = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

k) $x^4 + x = x(x^3 + 1)$
$= x(x + 1)(x^2 - x + 1)$

l) $3x^2 - 5x - 2 = (3x + 1)(x - 2)$

【裏に続く】

6 次の除法を行い，商と余りを求めよ．ただし，a は定数とする．

a)

$$\begin{array}{r} x^2 \qquad\quad 4 \\ x-2\,\overline{)\,x^3-2x^2+4x-8} \\ x^3-2x^2 \qquad\qquad \\ \hline 4x-8 \\ 4x-8 \\ \hline 0 \end{array}$$

商 = x^2+4　余り = 0

b)

$$\begin{array}{r} x+3 \qquad \\ x^2-3x+2\,\overline{)\,x^3 \qquad -9x+8} \\ x^3-3x^2+2x \qquad \\ \hline 3x^2-11x+8 \\ 3x^2-9x+6 \\ \hline -2x+2 \end{array}$$

商 = $x+3$　余り = $-2x+2$

c)

$$\begin{array}{r} x+2 \qquad \\ 2x^2+1\,\overline{)\,2x^3+4x^2 \qquad +7} \\ 2x^3 \qquad +x \qquad \\ \hline 4x^2-x+7 \\ 4x^2 \qquad +2 \\ \hline -x+5 \end{array}$$

商 = $x+2$　余り = $-x+5$

d)

$$\begin{array}{r} x-a \qquad\quad \\ x^2+ax-a^2\,\overline{)\,x^3 \qquad -2a^2x \qquad} \\ x^3+ax^2-a^2x \qquad \\ \hline -ax^2-a^2x \qquad \\ -ax^2-a^2x+a^3 \\ \hline -a^3 \end{array}$$

商 = $x-a$　余り = $-a^3$

7 $f(x)=x^3-3x+1$ とする．

a) $f(x)$ を $x-2$ で割ったときの余りを求めよ．

右の計算より　余り = 3

$$\begin{array}{r} x^2+2x+1 \\ x-2\,\overline{)\,x^3 \qquad -3x+1} \\ x^3-2x^2 \qquad\qquad \\ \hline 2x^2-3x+1 \\ 2x^2-4x \qquad \\ \hline x+1 \\ x-2 \\ \hline 3 \end{array}$$

b) $f(2)$ の値を計算し，a) の結果と比較せよ．

$f(2)=2^3-3\times2+1=8-6+1=3$

余り = $f(2)$

8 a) 剰余の定理を利用して，$f(x)=x^3-3x^2+4$ を次の式で割ったときの余りを求めよ．

1) $x-1$　2) $x-2$　3) $x+1$　4) $x+2$

$f(1)=2$　$f(2)=0$　$f(-1)=0$　$f(-2)=-16$

b) $x-1$，$x-2$，$x+1$，$x+2$ のうち x^3-3x^2+4 の因数になっているものをいえ．

$x-2$ と $x+1$

c) x^3-3x^2+4 を因数分解せよ．

$(x+1)(x-2)=x^2-x-2$ で x^3-3x^2+4

で割ると商は $x-2$．

$\therefore\ x^3-3x^2+4=(x+1)(x-2)(x-2)$

$=(x+1)(x-2)^2$

$$\begin{array}{r} x-2 \qquad \\ x^2-x-2\,\overline{)\,x^3-3x^2 \qquad +4} \\ x^3-x^2-2x \qquad \\ \hline -2x^2-2x+4 \\ -2x^2-2x+4 \\ \hline 0 \end{array}$$

9 因数定理を用いて x^3-4x^2+x+6 を因数分解せよ．

$f(x)=x^3-4x^2+x+6$ とおく

$f(-1)=-1-4-1+6=0$，$f(2)=8-16+2+6=0$

よって $f(x)$ は $(x+1)(x-2)$ で割り切れる

実際，割り算をすると，商は $x-3$ なので

$x^3-4x^2+x+6=(x+1)(x-2)(x-3)$

10 分数式において，分子を分母でわった商と余りの間には（分子）=（分母）×（商）+（余り）という関係が成り立つ．この両辺を（分母）で割ると，$\dfrac{(\text{分子})}{(\text{分母})}=(\text{商})+\dfrac{(\text{余り})}{(\text{分母})}$ のような形になる．これを用いると，たとえば $\dfrac{x^2-2}{x+1}$ のような分子の次数が分母の次数以上の分数式は $\dfrac{x^2-2}{x+1}=x-1+\dfrac{-1}{x+1}$ のように，整式と分子が分母より低次の分数式との和の形に表せる．次の各々の分数式をこのように整式と分子が分母より低次の分数式との和の形にせよ．

a) $\dfrac{5x+4}{x-2}=5+\dfrac{14}{x-2}$

b) $\dfrac{2x^2-x+3}{2x+1}=x-1+\dfrac{4}{2x+1}$

$$\begin{array}{r} x-1 \\ 2x+1\,\overline{)\,2x^2-x+3} \\ 2x^2+x \qquad \\ \hline -2x+3 \\ -2x-1 \\ \hline 4 \end{array}$$