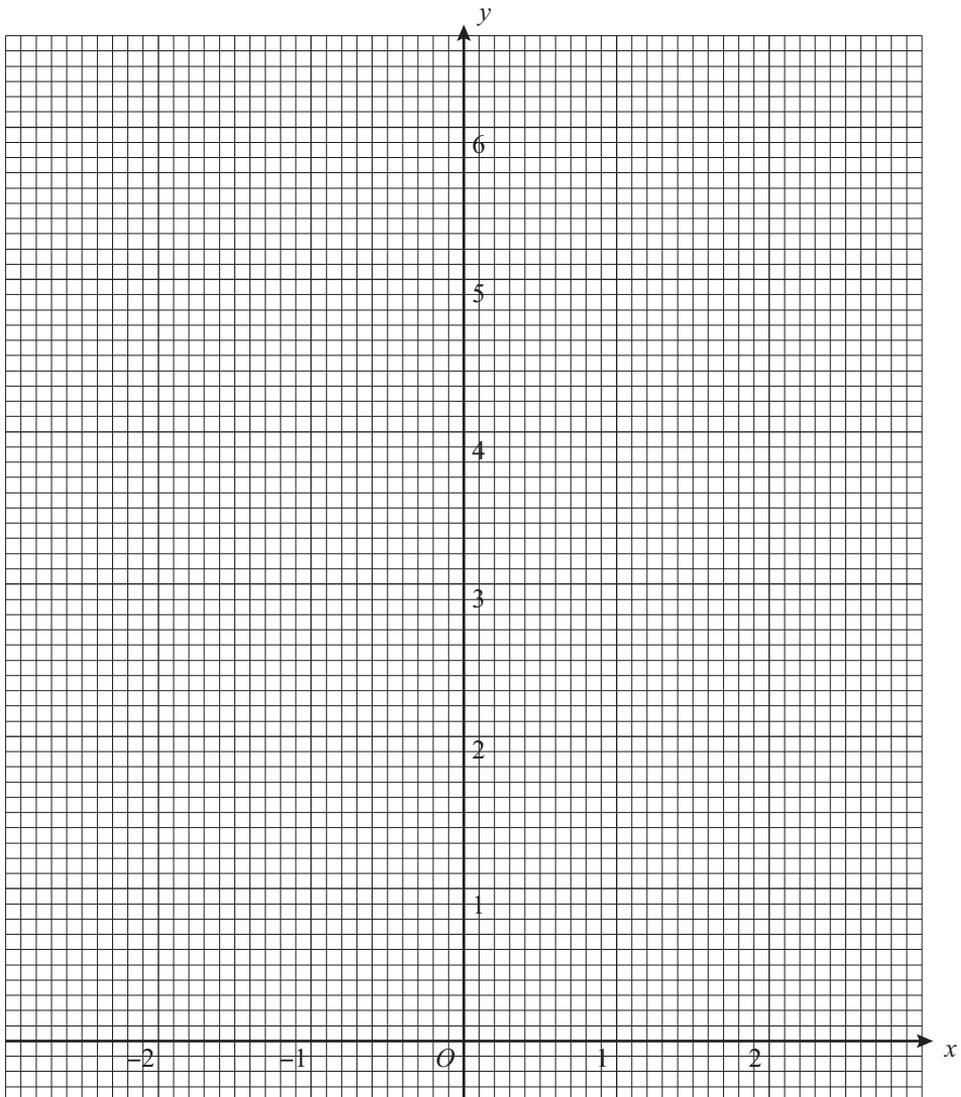


1 関数 $y = 2^x$ および $y = 3^x$ について次の表にあてはまる y の値を小数で表せ. ただし, $2^{0.5} = 1.414$, $3^{0.5} = 1.732$ とする. ヒント: $2^{-0.5} = 2^{0.5} \times 2^{-1} = 1.414 \div 2 = 0.707$ であることなどに注意せよ.

x	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
2^x													

x	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
3^x													

2 前問を利用して, 指数関数 $y = 2^x$ と $y = 3^x$ のグラフを描け. また, それぞれのグラフの $(0, 1)$ における接線をなるべく正確に引き, その傾きを推定せよ.



学籍番号： _____ 氏名： _____

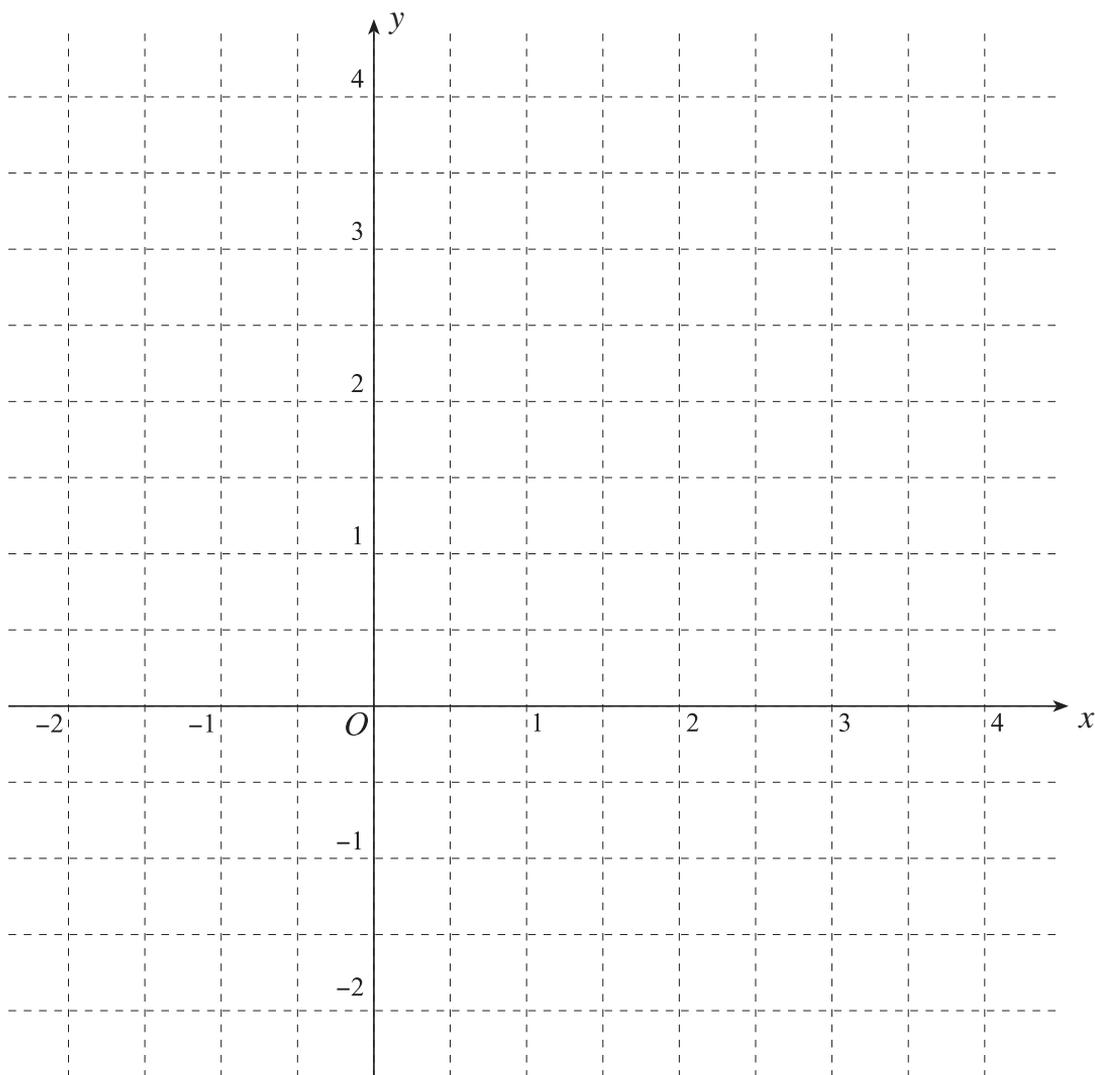
3 次の表は $a = 2, a = 3$ のときの $\frac{a^h - 1}{h}$ の値を計算するためのものである。 $\sqrt{\quad}$ 機能のある電卓を用いて、 $2^{\frac{1}{4}} = \sqrt{\sqrt{2}} = \sqrt{1.414\dots}$, $2^{\frac{1}{8}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$, \dots のように計算することにより、表の空欄を埋め、極限值 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2^h - 1}{h}$ および $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3^h - 1}{h}$ を推測せよ。

h	$\frac{2^h - 1}{h}$	$\frac{3^h - 1}{h}$
$\frac{1}{2}$	$(1.41421356\dots - 1) \times 2 = 0.82842712\dots$	$(1.73205080\dots - 1) \times 2 = 1.4641016\dots$
$\frac{1}{4}$	$(1.18920711\dots - 1) \times 4 =$	$(1.31607401\dots - 1) \times 4 =$
$\frac{1}{8}$	=	=
$\frac{1}{16}$	=	=
$\frac{1}{32}$	=	=
$\frac{1}{64}$	=	=
$\frac{1}{128}$	=	=
$\frac{1}{256}$	=	=
$\frac{1}{512}$	=	=
$\frac{1}{1024}$	=	=
\vdots	\downarrow	\downarrow
0		

4 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$ をみたす数 e は Napier の数と呼ばれ, $e = 2.7182828 \dots$ であることが知られている. 関数 $y = e^x$ について, いろいろな x に対する y の値は次の表のようになる.

x	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5
e^x	0.1353	0.2231	0.3679	0.6065	1.0000	1.6487	2.7183	4.4817	7.3891	12.183

これを利用して, 指数関数 $y = e^x$ のグラフを描き, そのグラフの $(0, 1)$ における接線を引いてみよ. また, 対数関数 $y = \log x$ は $y = e^x$ の逆関数であることを用い, $y = \log x$ のグラフを描き, $(1, 0)$ における接線を引いてみよ.



5 数 e は $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$ をみたす. これを用いて関数 $f(x) = e^x$ の導関数を定義を直接用いて求めよ.

6 a) $f(x) = e^x$ とすると, その逆関数である e を底とする対数関数 $\log_e x$ は自然対数関数と呼ばれ, 単に $\log x$ と表される. すなわち, $f^{-1}(x) = \log x$ である. 逆関数の微分公式と $f'(x) = e^x$ であることを用い, $f^{-1}(x) = \log x$ の導関数を求めよ.

b) 指数関数 e^x と自然対数関数 $\log x$ は互いに他の逆関数であるから, $e^{\log a} = a$ が成り立つ. これより, $a^x = (e^{\log a})^x = e^{(\log a)x}$ である. このこと合成関数の微分法を用いて, 指数関数 a^x の導関数 $(a^x)'$ をもとめよ.