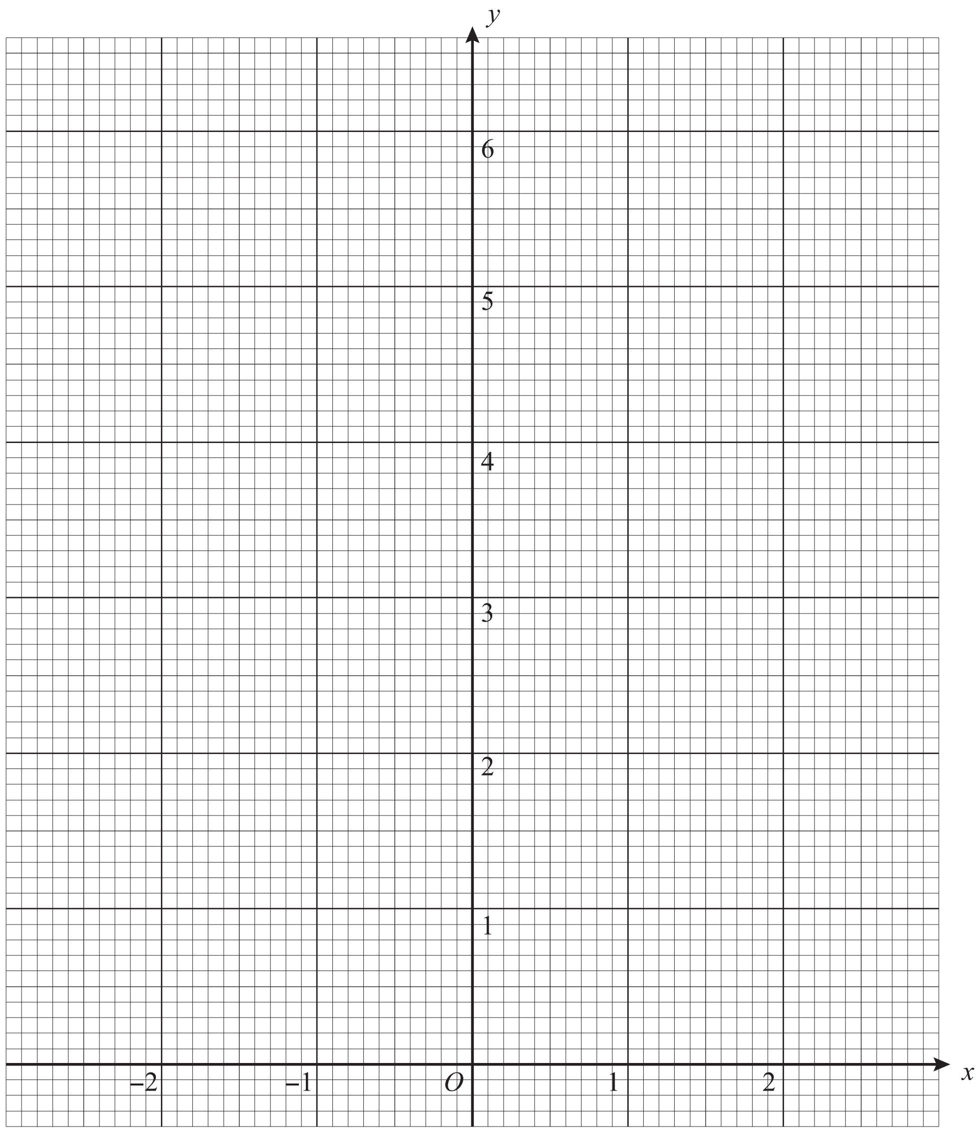
学籍番号 : ＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名 : ＿＿＿＿＿＿＿＿

1　関数 $y = 2^x$ および $y = 3^x$ について次の表にあてはまる y の値を小数で表せ．ただし, $2^{0.5} = 1.414$, $3^{0.5} = 1.732$ とする．ヒント : $2^{-0.5} = 2^{0.5} \times 2^{-1} = 1.414 \div 2 = 0.707$ であることなどに注意せよ.

x	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
2^x													

x	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
3^x													

2　前問を利用して，指数関数 $y = 2^x$ と $y = 3^x$ のグラフを描け．また，それぞれのグラフの $(0, 1)$ における接線をなるべく正確に引き，その傾きを推定せよ.



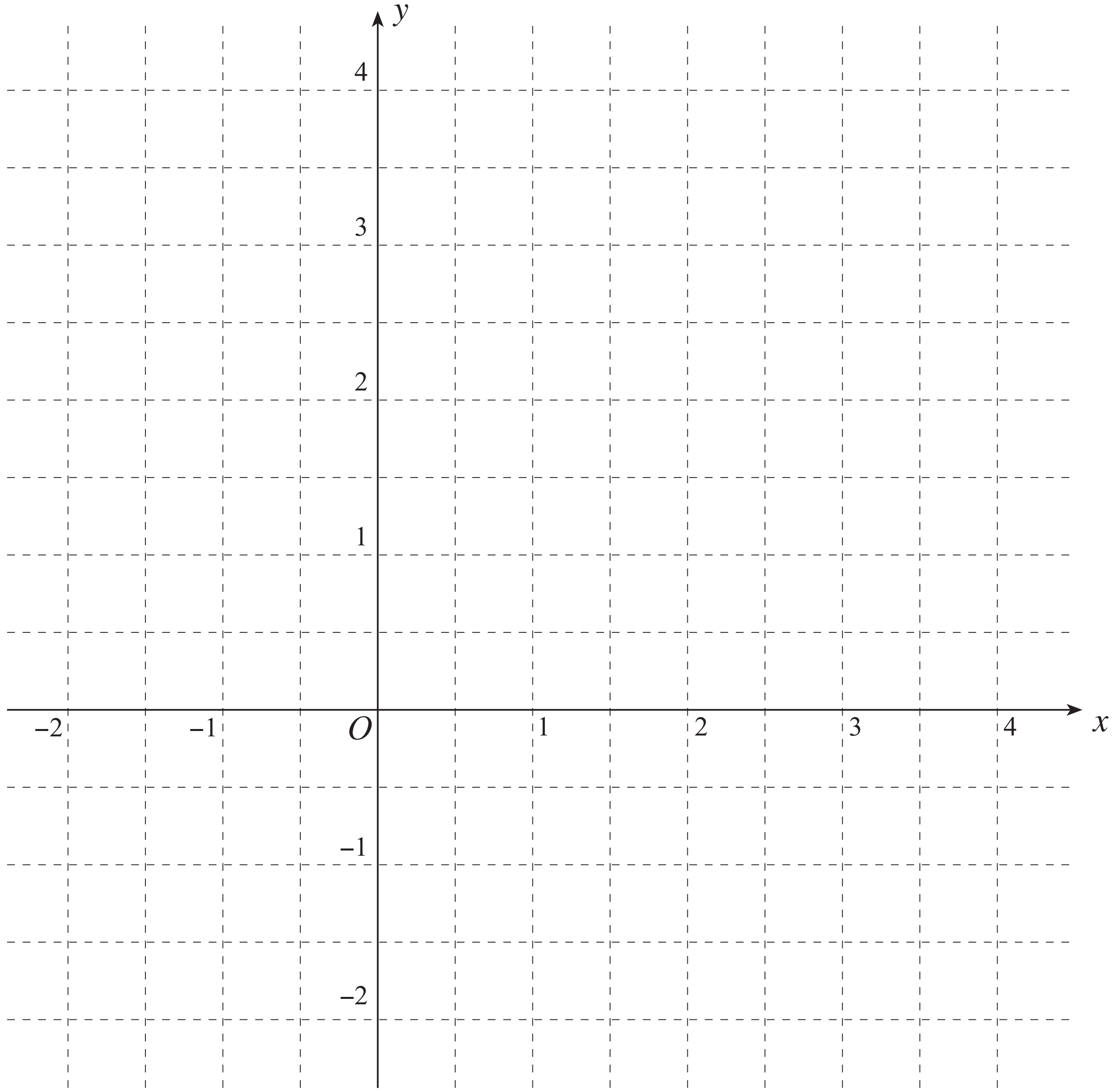
3　次の表は $a = 2, a = 3$ のときの $\dfrac{a^h - 1}{h}$ の値を計算するためのものである．$\sqrt{\ }$ 機能のある電卓を用いて，$2^{\frac{1}{4}} = \sqrt{\sqrt{2}} = \sqrt{1.414\cdots}$，$2^{\frac{1}{8}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}, \ldots$ のように計算することにより，表の空欄を埋め，極限値 $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{2^h - 1}{h}$ および $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{3^h - 1}{h}$ を推測せよ.

h	$\dfrac{2^h - 1}{h}$	$\dfrac{3^h - 1}{h}$
$\frac{1}{2}$	$(1.41421356\ldots - 1) \times 2 = 0.82842712\ldots$	$(1.73205080\ldots - 1) \times 2 = 1.4641016\ldots$
$\frac{1}{4}$	$(1.18920711\ldots - 1) \times 4 =$	$(1.31607401\ldots - 1) \times 4 =$
$\frac{1}{8}$	$=$	$=$
$\frac{1}{16}$	$=$	$=$
$\frac{1}{32}$	$=$	$=$
$\frac{1}{64}$	$=$	$=$
$\frac{1}{128}$	$=$	$=$
$\frac{1}{256}$	$=$	$=$
$\frac{1}{512}$	$=$	$=$
$\frac{1}{1024}$	$=$	$=$
$\vdots$	$\downarrow$	$\downarrow$
0		

$\boxed{4}$ $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{e^h-1}{h}=1$ をみたす数 e は Napier の数と呼ばれ，$e=2.7182828\ldots$ であることが知られている．関数 $y=e^x$ について，いろいろな x に対する y の値は次の表のようになる．

x	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5
e^x	0.1353	0.2231	0.3679	0.6065	1.0000	1.6487	2.7183	4.4817	7.3891	12.183

これを利用して，指数関数 $y=e^x$ のグラフを描き，そのグラフの $(0,1)$ における接線を引いてみよ．また，対数関数 $y=\log x$ は $y=e^x$ の逆関数であることを用い，$y=\log x$ のグラフを描き，$(1,0)$ における接線を引いてみよ．



$\boxed{5}$ 数 e は $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{e^h-1}{h}=1$ をみたす．これを用いて関数 $f(x)=e^x$ の導関数を定義を直接用いて求めよ．

$\boxed{6}$ a) $f(x)=e^x$ とすると，その逆関数である e を底とする対数関数 $\log_e x$ は自然対数関数と呼ばれ，単に $\log x$ と表される．すなわち，$f^{-1}(x)=\log x$ である．逆関数の微分公式と $f'(x)=e^x$ であることを用い，$f^{-1}(x)=\log x$ の導関数を求めよ．

b) 指数関数 e^x と自然対数関数 $\log x$ は互いに他の逆関数であるから，$e^{\log a}=a$ が成り立つ．これより，$a^x=(e^{\log a})^x=e^{(\log a)x}$ である．このこと合成関数の微分法を用いて，指数関数 a^x の導関数 $(a^x)'$ をもとめよ．

2015 年 12 月 8 日