復習問題

まず，次の用語の定義を復習せよ．

- 集合，部分集合，全体集合，補集合，共通部分，和集合
- 試行，事象，根元事象，標本空間，余事象，確率，条件付き確率，独立な試行
- 確率変数，確率分布，平均，期待値，分散，標準偏差，二項分布

$\boxed{1}$ 1 から 100 までの整数のうち，2 の倍数全体の集合を A，3 の倍数全体の集合を B，5 の倍数全体の集合を C とするとき，次の集合の要素の個数を求めよ．

a) $A \cap B$　　b) $(A \cap B) \cup C$

$\boxed{2}$ 数直線上の集合 $A = \{x \mid 3 \leq x \leq a\}$，$B = \{x \mid 5 < x < 8\}$ について次の問に答えよ．ただし，a は 3 より大きい定数とする．

a) $A \cap B = \phi$ となるような a の範囲を求めよ．

b) $A \cap B$ が整数を 1 つだけ含むような a の範囲を求めよ．

c) $\overline{A} \subset \overline{B}$ となるような a の範囲を求めよ．

$\boxed{3}$ coffee という語の 6 文字を全部並べて得られる順列のうち，2 つの f が隣り合わないものの総数を求めよ．

$\boxed{4}$ 5 個の数字 0，1，2，3，4 を用いてつくられる 3 桁の整数のうち，320 より大きい整数は何個あるか．ただし，同じ数字をくり返し用いてもよい．

$\boxed{5}$ 1 から 10 までの数字が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードの中から 1 枚のカードを引く試行において，たとえば 1 のカードを引くことを単に 1 で表すとする．

a) 標本空間 U を求めよ．

b) この試行において，事象は全部でいくつあるか．

c) 10 の約数のカードを引く事象 A を表す集合を求めよ．

d) A の余事象 $\overline{A}$ を表す集合を求めよ．

$\boxed{6}$ A，B，2 チームが試合をして，先に 3 勝した方を優勝とする．毎回の試合で A チームの勝つ確率は $\dfrac{2}{3}$ とするとき，A チームの優勝する確率を求めよ．ただし，引き分けはないものとする．

$\boxed{7}$ ２個のさいころを同時に投げる．２個のさいころの目のどちらかが偶数であることがわかっているとき，両方の目が偶数である確率を求めよ．

$\boxed{8}$ ある製品を製造する２つの工場 A，B があり，A 工場の製品には 3%，B 工場の製品には 4% の不良品が含まれているする．A 工場の製品 200 個と B 工場の製品 250 個とを混ぜた中から 1 個を取り出すとき，次の確率を求めよ．

a) それが不良品である確率

b) 不良品であったときに，それが A 工場の製品である確率

【裏につづく】

9 1 組 52 枚のトランプから 1 枚引くとき，次の 3 つの事象のうち，どの 2 つが独立であるか，従属であるか．

A: そのカードがハートである

B: そのカードが絵札である

C: そのカードがハートにキングまたはダイヤのキングである

10 次の確率変数 X の確率分布を求め，その期待値と分散を求めよ．

a) 4 枚の硬貨を同時に投げるとき，表の出る枚数 X

b) 2 個のさいころを同時に投げるとき，出る目のさの絶対値 X

c) 赤玉 4 個と白玉 3 個が入っている袋の中から，1 個ずつ 3 回続けて玉を取り出すとき，赤玉の出た回数 X（ただし，取り出した玉は元に戻さないものとする．）

11 50 円硬貨 1 枚と 100 円硬貨 1 枚を同時に投げるとき，表の出た硬貨の金額の和の期待値と標準偏差を求めよ．

12 a，b は定数で，$a > 0$ とする．確率変数の期待値が 5，分散が 100 であるとき，1 次式 $Y = aX + b$ で定められる確率変数 Y の期待値が 0，分散が 1 となるように，a，b の値を定めよ．

13 1 個のさいころと 2 枚の硬貨を投げるとき，さいころの出る目の数を X，表の出た硬貨の枚数を Y とし，$(X + Y)^2$ の値を得点 Z とする．Z の期待値を求めよ．

14 ある製品を製造する際に，不良品が出る確率は 0.05 であるという．製品 1000 個の中の不良品の個数を X とする．

a) 確率変数 X は二項分布に従う．その分布を $B(n, p)$ の形に表せ．

b) X の期待値，標準偏差を求めよ．

15 数直線上に針を立て，硬貨を投げて，表が出たら針を正の方向に 1 だけ動かし，裏が出たら針を負の方向に 1 だけ動かす．最初に針を原点に立てておき，硬貨を 6 回投げた後の針の座標を X とする．また，第 k 回目に表が出ると 1，裏が出ると -1 となる確率変数を X_k とすると，$X_1, \ldots, X_6$ は互いに独立であって，$X = X_1 + X_2 + \cdots + X_6$ と表せる．次の問に答えよ．

a) 第 k 回目に表が出ると 1，裏が出ると 0 となる確率変数を Y_k とする．X_k を Y_k で表せ．

b) $Y = Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_6$ は二項分布に従う．その分布を $B(n, p)$ の形で表せ．

c) X を Y を用いて表せ．

d) X の期待値，分散，標準偏差を求めよ．