

1 J, K, L, Mの4人が縦一列に並んだ4つのいすに座る. JがKより前に座る事象を A , KがLより前に座る事象を B とする. このとき, 事象 A, B が独立であるかどうかを調べたい.

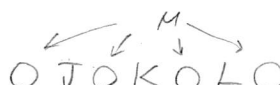
a) 標本空間 U をどのように設定したらよいか. また, そのとき U の要素の個数 $n(U)$ は何か. さらに, 根元事象の確率はどのように設定すべきか.

根元事象を4人が縦一列に並ぶ方法とする. たとえば "J, K, L, M がこの順に並ぶ" のを $JKLM$ と表せば $U = \{JKLM, JKML, \dots, LMKJ\}$ と表せ. $n(U) = 4P_4 = 24$ である.

根元事象は同様に確からしいと考えるのが自然なので, 各々の確率は $\frac{1}{24}$.

b) 事象 $A \cap B$ を言葉で表現せよ. また, $n(A \cap B)$ を求めよ.

$A \cap B$ は JがKより前に座り, KがLより前に座る事象


 M が J, K, L のどの位置にあるかにより, 4通りの並び方がある. $n(A \cap B) = 4$

c) $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$ をそれぞれ求めよ.

A : L, M を $\square \square \square \square$ の中に入れ残りに J, K をこの順で入れる

例: $\square \square \square \square \rightarrow \square JM \square LK$ $\therefore n(A) = 4P_2 = 12$

$$\therefore P(A) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

同様に $P(B) = \frac{1}{2}$. また b) より $P(A \cap B) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$

($P(A), P(B)$ は対称性により $\frac{1}{2}$ であることがすぐわかる)

d) 事象 A, B が独立であるかどうかを判定せよ.

$$P(A)P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \neq \frac{1}{6} = P(A \cap B)$$

したがって A と B は独立ではない (従属である)

2] ある大学では学生の数学と英語の成績の分布が次の表の通りであった。

		英語		
		A	B	C
数学	A	15%	15%	5%
	B	10%	20%	10%
	C	5%	10%	10%

いま、 $A=4$ 点、 $B=3$ 点、 $C=2$ 点とし、数学と英語の平均点を X とする。すなわち、数学、英語の成績が、例えば (B,A) であれば、 $X((B,A)) = (3+4)/2 = 3.5$ とする。

a) X の値として可能なものすべてを挙げよ。

2, 2.5, 3, 3.5, 4

b) X の値が 3 となる事象 M を求めよ。また、確率 $P(M)$ を求めよ。

$$M = \{(A,C), (B,B), (C,A)\}$$

$$P(M) = P(\{(A,C)\}) + P(\{(B,B)\}) + P(\{(C,A)\})$$

$$= 0.05 + 0.20 + 0.05 = 0.30$$

c) 次の表を完成させよ。

X	2	2.5	3	3.5	4	計
P	0.10	0.20	0.30	0.25	0.15	1

d) X の期待値 $E(X)$ を求めよ。

$$E(X) = 2 \times 0.10 + 2.5 \times 0.20 + 3 \times 0.30 + 3.5 \times 0.25 + 4 \times 0.15$$

$$= 3.075$$