

1 ある大学では学生の数学と英語の成績の分布が次の表の通りであった。

		英語		
		A	B	C
数学	A	15%	15%	5%
	B	10%	20%	10%
	C	5%	10%	10%

- a) 1人の学生を選んだとき、例えばその学生の数学の成績がB、英語の成績がAであるすると、そのことを記号  $(B,A)$  で表すことにする。このとき、標本空間  $U$  をこの記号を用いて表せ。

$$U = \{(A,A), (A,B), (A,C), \\ (B,A), (B,B), (B,C), \\ (C,A), (C,B), (C,C)\}$$

- b)  $M$  を数学がAであるという事象、 $E$  を英語がAであるという事象とする。事象  $M, E, M \cup E, M \cap E$  をそれぞれ上の記号を用いて表せ。

$$M = \{(A,A), (A,B), (A,C)\}$$

$$E = \{(A,A), (B,A), (C,A)\}$$

$$M \cup E = \{(A,A), (A,B), (A,C), (B,A), (C,A)\}$$

$$M \cap E = \{(A,A)\}$$

- c)  $P(M), P(E), P(M \cup E), P(M \cap E)$  を上の表から求めよ。

$$P(M) = P(\{(A,A)\}) + P(\{(A,B)\}) + P(\{(A,C)\}) \\ = 0.15 + 0.15 + 0.05 = 0.35$$

$$P(E) = P(\{(A,A)\}) + P(\{(B,A)\}) + P(\{(C,A)\}) \\ = 0.15 + 0.10 + 0.05 = 0.30$$

$$P(M \cup E) = 0.15 + 0.15 + 0.05 + 0.10 + 0.05 = 0.50$$

$$P(M \cap E) = P(\{(A,A)\}) = 0.15$$

学籍番号: \_\_\_\_\_ 氏名: \_\_\_\_\_

d)  $P(M \cup E) = P(M) + P(E) - P(M \cap E)$  が成立していることを確かめよ.

$$P(M \cup E) = 0.50$$

$$P(M) + P(E) - P(M \cap E) = 0.35 + 0.30 - 0.15 = 0.50$$

$$\therefore P(M \cup E) = P(M) + P(E) - P(M \cap E)$$

e) 数学と英語の少なくとも一方は A ではないという事象を  $N$  とする.  $N$  の余事象  $\bar{N}$  を先の記号で表せ.

$$\bar{N} = \{(A, A)\} \quad (\text{数学も英語もともに } A)$$

f)  $P(N)$  を余事象の確率を基にして求めよ.

$$P(N) = 1 - P(\bar{N})$$

$$= 1 - P(\{(A, A)\})$$

$$= 1 - 0.15$$

$$= 0.85$$

- g) 事象  $M$  をあらためて標本空間  $U'$  とみなす.  $U'$  を表のページの記号で表し, 各根元事象についてその確率を求めよ.

$$U' = \{(A,A), (A,B), (A,C)\}$$

$$P(\{(A,A)\}) = \frac{0.15}{0.35} = \frac{3}{7}$$

$$P(\{(A,B)\}) = \frac{0.15}{0.35} = \frac{3}{7}$$

$$P(\{(A,C)\}) = \frac{0.05}{0.35} = \frac{1}{7}$$

- h) こんどは事象  $E$  をあらためて標本空間  $U''$  とみなす.  $U''$  を表のページの記号で表し, 各根元事象についてその確率を求めよ.

$$U'' = \{(A,A), (B,A), (C,A)\}$$

$$P(\{(A,A)\}) = \frac{0.15}{0.30} = \frac{1}{2}$$

$$P(\{(B,A)\}) = \frac{0.10}{0.30} = \frac{1}{3}$$

$$P(\{(C,A)\}) = \frac{0.05}{0.30} = \frac{1}{6}$$

- i) ある学生を選んだとき, その学生の数学の成績は  $C$  であつた. この学生の英語の成績が  $A$  である確率を求めよ.

$$\begin{aligned} U''' &= \text{数学の成績が } C \text{ である事象} \\ &= \{(C,A), (C,B), (C,C)\} \end{aligned}$$

$$P(U''') = 0.05 + 0.10 + 0.10 = 0.25$$

$$P(\{(C,A)\}) = 0.05$$

$$\therefore \frac{0.05}{0.25} = \frac{1}{5}$$