

1 次の二項分布の平均, 分散と標準偏差を求めよ.

a)  $B(12, \frac{1}{4})$

$$E(X) = np = 3$$

$$V(X) = npq = \frac{9}{4}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \frac{3}{2}$$

b)  $B(9, \frac{1}{2})$

$$E(X) = \frac{9}{2}$$

$$V(X) = \frac{9}{4}$$

$$\sigma(X) = \frac{3}{2}$$

c)  $B(8, \frac{2}{3})$

$$E(X) = \frac{16}{3}$$

$$V(X) = \frac{16}{9}$$

$$\sigma(X) = \frac{4}{3}$$

2 次の確率変数  $X$  は二項分布に従う. その分布を  $B(n, p)$  の形に表せ. また,  $X$  の期待値, 標準偏差を求めよ.

a) 1 枚の硬貨を 10 回投げるとき, 表が出る回数  $X$ .

b) 不良率 3% の製品の山から 50 個取り出したときの不良品の個数  $X$ .

a)  $X \sim B(10, \frac{1}{2})$

$$E(X) = 5, \quad V(X) = \frac{5}{2}, \quad \sigma(X) = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

b)  $X \sim B(50, 0.03)$

$$E(X) = 1.5 \quad V(X) = 1.455 \quad \sigma(X) = \sqrt{1.455} \approx 1.206$$

$$(\approx \frac{3}{2})$$

$$(\approx \frac{291}{200})$$

3 確率変数  $X$  が二項分布  $B(100, 0.2)$  に従うとき、次の各場合に確率変数  $Y$  の期待値と分散を求めよ。

a)  $Y = 3X - 2$

b)  $Y = -X$

c)  $Y = \frac{X - 20}{4}$

$$E(X) = 20$$

$$V(X) = 16$$

$$E(Y) = 3E(X) - 2$$

$$= 58$$

$$V(Y) = 3^2 V(X)$$

$$= 144$$

$$E(Y) = -20$$

$$V(Y) = (-1)^2 16$$

$$= 16$$

$$E(Y) = 0$$

$$V(Y) = \frac{1}{4^2} V(X) = 1$$

4 2個のサイコロを同時に投げるとき、同じ目が出るならば20点を得、異なる目が出るならば2点を失うという。これを15回繰り返したとき、得点の合計の期待値を求めよ。

2個のサイコロを投げ"3"ことを15回繰り返したとき、同じ目が出る回数を  $X$  とすると、 $X \sim B(15, \frac{1}{6})$

得点の合計を  $Y$  とすると、

$$Y = 20 \times (\text{同じ目が出た回数}) + (-2) \times (\text{異なる目が出た回数})$$

$$= 20X + (-2)(15 - X)$$

$$= 22X - 30$$

$$E(X) = 15 \times \frac{1}{6} = \frac{5}{2} \quad \text{だから}$$

$$E(Y) = 22 \times \frac{5}{2} - 30 = 55 - 30 = 25 \text{ (点)}$$

$$\left( \begin{array}{l} \text{また} \quad V(Y) = 22^2 V(X) = 22^2 \times \frac{25}{12} = \frac{11^2 \times 5^2}{3} \quad \text{だから} \\ \sigma(Y) = \frac{55}{\sqrt{3}} \end{array} \right)$$