

1 独立な確率変数 X と Y について, $E(XY) = E(X)E(Y)$ が成り立つ. この性質と, 分散と期待値の関係式 $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$ を用い, 独立な確率変数 X と Y について, $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ が成り立つことを証明せよ.

2 確率変数 X の期待値が -3 で分散が 5 , 確率変数 Y の期待値が 2 で分散が 4 であり, X と Y が互いに独立であるとする. このとき, 確率変数 $Z = X + Y$ の期待値, 分散と標準偏差を求めよ.

3 a) サイコロを1回投げるとき, 1の目が出ると $X = 1$, それ以外の目が出ると $X = 0$ とする. 確率変数 X の期待値と分散を求めよ.

b) 1個のサイコロを続けて5回投げるとき, 1の目が出る回数を Y とする. このとき, 第 k 回目に1の目が出ると1, それ以外の目が出ると0となる確率変数を X_k とすると, 各 X_k は a) と同じ分布にしたがい, X_1, \dots, X_5 は互いに独立であって, $Y = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5$ と表せる. これを用いて, 確率変数 Y の期待値, 分散と標準偏差を求めよ.