

## 復習問題

- キーワード：

平均変化率, 瞬間変化率 (=微分係数), 接線の傾きと方程式, 合成関数, 逆関数, 積・商の微分公式, 合成関数の微分公式, 増減表, 極大・極小, 凹凸, 変曲点, 関数のグラフ, 分数関数のグラフと漸近線, 無理関数のグラフ, 数  $e$ , 指数関数・対数関数とその微分法.

1]  $f(x) = \frac{1}{1-2x}$  のとする.

- a)  $x$  が 1 から 2 まで変化するときの  $f(x)$  の平均変化率を求めよ.
- b)  $x = 1$  における  $f(x)$  の瞬間変化率 (=微分係数) を定義に従って求めよ.
- c)  $y = f(x)$  のグラフの  $(1, -1)$  における接線の方程式を求めよ.
- d)  $y = f(x)$  のグラフと,  $(1, -1)$  における接線を描け.

2]  $f(x) = -\sqrt{2x-1}$  として前問と同じ問いに答よ.

3] グラフを利用して, 次の不等式を解け.

a)  $\frac{2x-1}{x-1} < x+1$

b)  $\sqrt{-4x+8} \geq x+1$

4]  $a$  を定数とし,  $f(x) = \frac{1}{1-x}$ ,  $g(x) = \frac{x+a}{x}$  とする.

- a)  $(g \circ f)(x)$  と  $(f \circ g)(x)$  を求めよ.
- b)  $g(x)$  が  $f(x)$  の逆関数になるように, 定数  $a$  の値を定めよ.

5] 次のおのおの関数について, その定義域と値域を求めよ. また, それぞれの逆関数を求め, 逆関数の定義域と値域も求めよ.

a)  $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$

b)  $f(x) = -\sqrt{2-x}$

6] 次の関数を変数  $x$  で微分せよ.

a)  $f(x) = (2x^2 + 5x - 6)^3$

b)  $f(x) = x(x-1)^4$

c)  $f(x) = \frac{1}{(x^2-3)^2}$

d)  $f(x) = \frac{2x-5}{3x^2+1}$

e)  $f(x) = \frac{x^2-x+4}{\sqrt{x}}$

f)  $f(x) = (x+3)\sqrt{2-x}$

g)  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{x+4}}$

h)  $f(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x^2-1}}$

i)  $f(x) = xe^{-2x}$

j)  $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$

k)  $f(x) = \log\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$

l)  $f(x) = \frac{x}{(\log x - 1)}$

7 次の関数の増減，極値，グラフの凹凸および変曲点を調べ，そのグラフをかけ．

a)  $f(x) = x^4 + 2x^3 - 1$

b)  $f(x) = \frac{4}{x^2 + 1}$

c)  $f(x) = e^{-x^2/2}$

d)  $f(x) = \frac{1}{x} + \log x$

8 次の関数の最大値，最小値を求めよ．

a)  $x + \sqrt{1 - x^2} \quad (-1 \leq x \leq 1)$

b)  $(2x - 1)e^{-2x} \quad (0 \leq x \leq 3)$

9  $x > 0$  のとき，不等式  $\log(1 + x) > x - \frac{x^2}{2}$  が成り立つことを証明せよ．

10 長さ  $2a$  の線分  $AB$  を直径とする半円に内接する台形  $ABCD$  の面積  $S$  の最大値を求めよ． [ヒント：台形の高さを  $h$  とおき，上底の長さを  $b$  で表せ.]

