1 数 e は $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{e^h-1}{h} = 1$ をみたす．これを用いて次の各々の関数の導関数を定義を直接用いて求めよ．

a) $f(x) = e^{cx}$（c は定数）

b) $f(x) = xe^x$

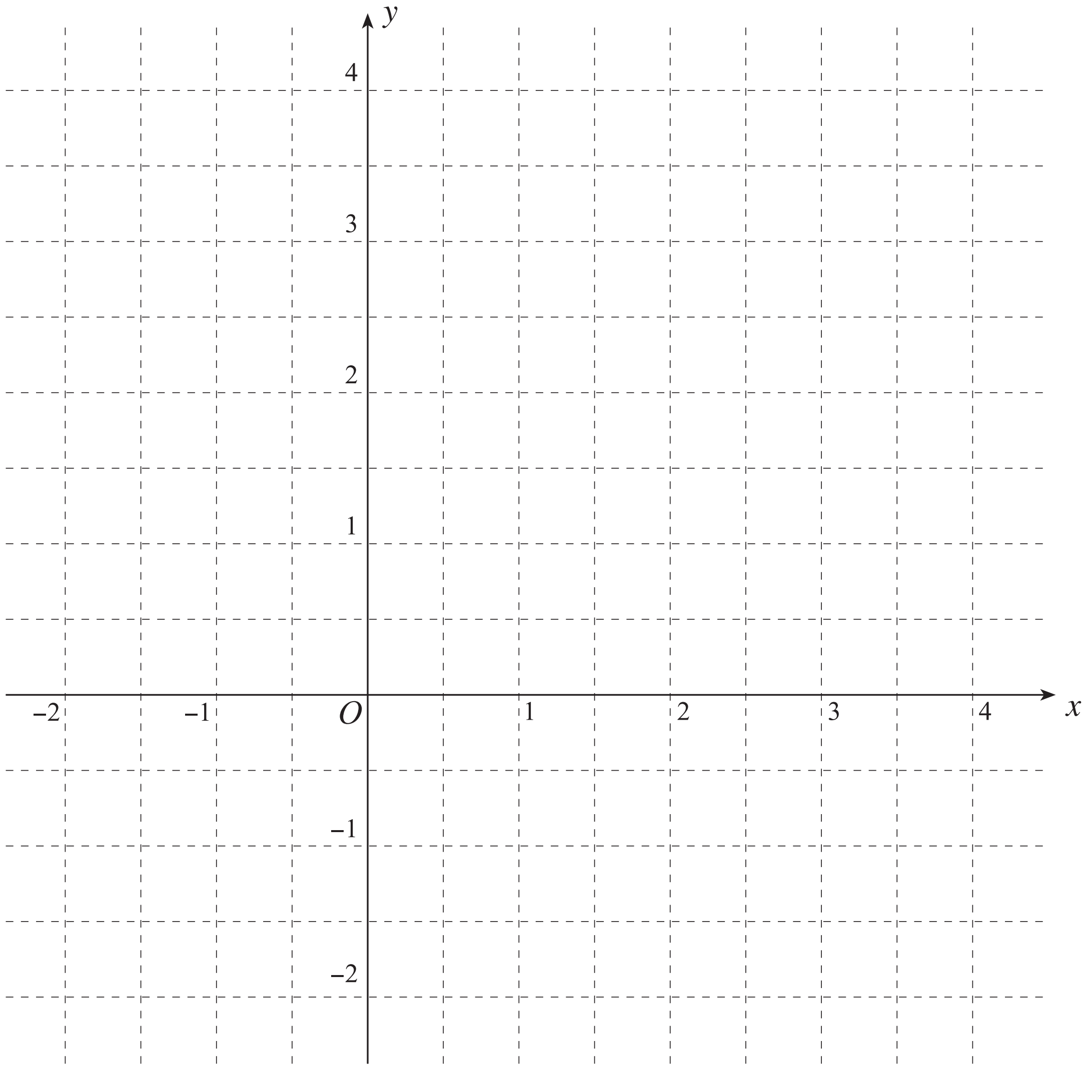
2 指数関数と対数関数は互いに他の逆関数であり，$e^{\log a} = a$ が成り立つのであった．これより，$a^x = (e^{\log a})^x = e^{x\log a}$ である．このことと前問 a) を用いて，指数関数 a^x の導関数 $(a^x)'$ をもとめよ．

学籍番号 : ______________________　氏名 : __________________________

3 関数 $y = e^x$ について，いろいろな x に対する y の値は次の表のようになる.

x	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5
e^x	0.1353	0.2231	0.3679	0.6065	1.0000	1.6487	2.7183	4.4817	7.3891	12.183

これを利用して，指数関数 $y = e^x$ のグラフを描き，そのグラフの $(0, 1)$ における接線を引いてみよ．また，対数関数 $y = \log x$ は $y = e^x$ の逆関数であることを用い，$y = \log x$ のグラフを描き，$(1, 0)$ における接線を引いてみよ.



【裏に続く】

$\boxed{4}$ a) $f(x) = e^x$ とすると，自然対数関数 $\log x$ はその逆関数である，すなわち $f^{-1}(x) = \log x$ である．逆関数の微分公式と $f'(x) = e^x$ であることを用い，$f^{-1}(x) = \log x$ の導関数を求めよ.

b) 関数 $\log x$ の $x = 1$ における微分係数を求めよ．すなわち，$f^{-1}(x) = \log x$ について，$(f^{-1})'(1)$ の値を求めよ.

c) $f^{-1}(1)$ の定義式を書け．それと b) の答えとを合わせて，極限 $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\log(1+h)}{h}$ の値を求めよ.

d) $\dfrac{\log(1+h)}{h} = \log(1+h)^{\frac{1}{h}}$ であることと，c) を用いて $\displaystyle\lim_{h\to 0}(1+h)^{\frac{1}{h}}$ の値を求めよ.

$\boxed{5}$ 次の表は $(1+h)^{\frac{1}{h}}$ の値を計算するためのものである．$h=\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{1024}$ として電卓を用いて $(1+h)^{\frac{1}{h}}$ を計算し，表の空欄を埋め，極限値 $\lim_{h\to 0}(1+h)^{\frac{1}{h}}$ の値を推測せよ.

［電卓では数の 2 乗を計算するのに "$\times =$" と入力すればよい．例えば，$\left((1\div 4+1)^2\right)^2$ を計算するには，
1，÷，4，+，1，=，×，=，×，=，の順に入力すればよい.］

h	$(1+h)^{\frac{1}{h}}$
$\frac{1}{2}$	$(1\div 2+1)^2 = 2.25$
$\frac{1}{4}$	$\left((1\div 4+1)^2\right)^2 = 2.441406\ldots$
$\frac{1}{8}$	$=$
$\frac{1}{16}$	$=$
$\frac{1}{32}$	$=$
$\frac{1}{64}$	$=$
$\frac{1}{128}$	$=$
$\frac{1}{256}$	$=$
$\frac{1}{512}$	$=$
$\frac{1}{1024}$	$=$
$\vdots$	$\downarrow$
0	

2015 年 11 月 27 日