

1 $f(x) = \frac{1}{mx+n}$ とする.

a) x が a から $a+h$ まで変化したときの平均変化率を求め、できるだけ簡単にせよ.

b) $f(x)$ の $x = a$ における微分係数 $f'(a)$ を定義にしたがって求めよ.

2 $f(x) = \sqrt{mx+n}$ とする.

a) x が a から $a+h$ まで変化したときの平均変化率を求め、分子を有理化することにより、できるだけ簡単にせよ.

学籍番号 : _____ 氏名 : _____

b) $f(x)$ の $x = a$ における微分係数 $f'(a)$ を定義にしたがって求めよ.

3 次の各々の関数の導関数を定義にしたがって求めよ.

a) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

b) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

4] 2つの関数 $u = f(x)$ と $v = g(x)$ の積として表される関数 $y = f(x)g(x)$ の導関数を求めたい.

a) いま, x の増分を Δx とすると, u の増分 Δu と v の増分 Δv はそれぞれ,

$$\Delta u = f(x + \Delta x) - f(x), \quad \Delta v = g(x + \Delta x) - g(x)$$

と表せる. これより,

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \Delta u, \quad g(x + \Delta x) = g(x) + \Delta v \quad (*)$$

と書ける. 一方, y の増分 Δy は

$$\Delta y = f(x + \Delta x)g(x + \Delta x) - f(x)g(x)$$

と表される. この右辺の $f(x + \Delta x)$, $g(x + \Delta x)$ に (*) を代入して展開整理し, $f(x) = u$, $g(x) = v$ と置き換えることにより, Δy を u , v , Δu , Δv を用いて表せ.

b) a) で得られた式の両辺を Δx で割って, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ を求めよ.

c) b) で $\Delta x \rightarrow 0$ として $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$ を求めたい. そこで,

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u \Delta v}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \cdot \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta v = \frac{du}{dx} \cdot 0 = 0$$

であることを用い, $\frac{dy}{dx}$ を, u , $\frac{du}{dx}$, v , $\frac{dv}{dx}$ 用いて表せ.

d) c) で求めた式を別の記号法 $\frac{dy}{dx} = (f(x)g(x))'$, $\frac{du}{dx} = f'(x)$, $\frac{dv}{dx} = g'(x)$ を用いて書き直し, 積の微分公式を求めよ.

$$(f(x)g(x))' =$$

5 $f(x)g(x)h(x) = (f(x)g(x))h(x)$ であることと積の微分公式を用いて 3 つの関数の積の導関数 $(f(x)g(x)h(x))'$ を求めよ.

6 積の微分公式を用いて次の関数を変数 x で微分せよ.

a) $f(x) = (x^2 + 3)(x^2 - 2x + 2)$

$$f'(x) =$$

b) $f(x) = (x^2 - x + 1)(x + 1)$

$$f'(x) =$$