

基礎数学 A1 中間試験	入学年度	学部	学科	組	番号	検	氏名
金曜2限 担当: 鎌田 政人							

●最終的な答えだけを書くのではなく、途中の計算や説明も簡潔に書くこと。そうでない場合は大きく減点する。

1 a) 次の式を計算せよ。

$$4A - 3(B - 2(C - 2(B - A))) = 4A - 3(B - 2(C - 2B + 2A))$$

$$= 4A - 3(B - 2C + 4B - 4A) = 4A - 15B + 6C + 12A$$

$$= 16A - 15B + 6C$$

b) $A = a^2 - ab - 2b^2$, $B = a^2 - 2ab + 3b^2$, $C = 3a^2 + 4ab - 5b^2$ とするとき、次の式を計算せよ。

$$4A - 3(B - 2(C - 2(B - A))) = 16A - 15B + 6C$$

$$= 19a^2 + 38ab - 107b^2$$

2 次の各式を展開せよ。

a) $(3a - 2b)^3 = 27a^3 - 54a^2b + 36ab^2 - 8b^3$

b) $(5a^2 - 2bc)(3a^2 - 4bc) = 15a^4 - 26a^2bc + 8b^2c^2$

c) $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) = x^4 + x^2 + 1$

3 次の各式を因数分解せよ。

a) $3x^2 - 4x - 4 = (3x + 2)(x - 2)$

b) $4a^2 - 12ab + 9b^2 = (2a - 3b)^2$

c) $18x^2 - 2y^2 = 2(3x + y)(3x - y)$

d) $27x^3 - y^3 = (3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2)$

4 次に各組の整式の最大公約数と最小公倍数を求めよ。

a) $a^2b^3, a^4b^4c, a^3b^2c^2$

最大公約数 = a^2b^2

最小公倍数 = $a^4b^4c^2$

b) $(x + 1)(x - 1)^2, (x + 1)^2(x + 2)(x - 1)$

最大公約数 = $(x + 1)(x - 1)$

最小公倍数 = $(x + 1)^2(x - 1)^2(x + 2)$

5 次の除法を行い、商と余りを求めよ。

$$2x^2 - x - 1 \overline{) 2x^4 + x^3 - 3x - 3}$$

$$\underline{2x^4 - x^3 - x^2}$$

$$2x^3 + x^2 - 3x - 3$$

$$\underline{2x^3 - x^2 - x}$$

$$2x^2 - 2x - 3$$

$$\underline{2x^2 - x - 1}$$

$$-x - 2$$

商 = $x^2 + x + 1$ 余り = $-x - 2$

6 $P(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 9$ とする。

a) $P(-1)$ を求めよ。 $P(-1) = -1 - 5 - 3 + 9 = 0$

b) $P(x)$ を因数分解せよ。 $P(-1) = 0$ より $P(x)$ は $x + 1$ の
割り切れる。 $P(x) = (x + 1)(x^2 - 6x + 9)$
 $= (x + 1)(x - 3)^2$

7 次の分数式を、整式と分子が分母より低次の分数式との和の形にせよ。

a) $\frac{3x + 1}{x + 2} = 3 + \frac{-5}{x + 2}$ $\begin{array}{r} 3 \\ x+2 \overline{) 3x+1} \\ \underline{3x+6} \\ -5 \end{array}$

b) $\frac{x^2 - x - 1}{x - 3} = x + 2 + \frac{5}{x - 3}$ $\begin{array}{r} x+2 \\ x-3 \overline{) x^2-x-1} \\ \underline{x^2-3x} \\ 2x-1 \\ \underline{2x-6} \\ 5 \end{array}$

8 次の分数式を約分せよ。

a) $\frac{(-2x^2y)^3}{(-3x^3y^2)^2} = \frac{-8}{9x}$

b) $\frac{2x^2y^2}{6x^2y - 4xy^2} = \frac{xy}{3x - 2y}$

c) $\frac{a^3 - b^3}{a^3 - ab^2} = \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{a(a-b)(a+b)} = \frac{a^2 + ab + b^2}{a(a+b)}$

9 次の計算をせよ。

a) $\frac{12x}{\frac{3}{x}} = 4x^2$

b) $(-\frac{2xy^2}{a^2}) \div (-\frac{ay}{4x^2}) = \frac{-2xy^2}{a^2} \times \frac{-4x^2}{ay} = \frac{8x^3y}{a^3}$

c) $\frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 4x + 4} \div \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 2x - 8} = \frac{(x-3)(x+2)}{(x+2)^2} \times \frac{(x+2)(x-4)}{(x-2)(x-3)}$
 $= \frac{x-4}{x-2}$

d) $\frac{a^2 - b^2}{(a-b)^2} \div \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^3 - a^2b + ab^2} \times \frac{a^2b + ab^2}{a^3 + b^3} =$

$$\frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)^2} \times \frac{a(a^2 - ab + b^2)}{(a-b)^2} \times \frac{ab(a+b)}{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}$$

$$= \frac{a^2b(a+b)}{(a-b)^3}$$

e) $\frac{b-c}{bc} + \frac{c-a}{ca} + \frac{a-b}{ab} = \frac{a(b-c) + b(c-a) + c(a-b)}{abc}$
 $= \frac{ab - ac + bc - ab + ac - bc}{abc}$

= 0

$$f) \frac{2x^2}{4x^2 - y^2} + \frac{x-y}{y-2x} = \frac{2x^2}{(2x-y)(2x+y)} + \frac{-(x-y)}{2x-y}$$

$$= \frac{2x^2 - (2x+y)(x-y)}{(2x-y)(2x+y)} = \frac{+xy+y^2}{(2x-y)(2x+y)}$$

$$= \frac{y(x+y)}{(2x-y)(2x+y)}$$

$$g) \frac{x+2}{2x^2-x-1} + \frac{3x+2}{2x^2+3x+1} = \frac{x+2}{(2x+1)(x-1)} + \frac{3x+2}{(2x+1)(x+1)}$$

$$= \frac{(x+2)(x+1) + (x-1)(3x+2)}{(2x+1)(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{4x^2+2x}{(2x+1)(x-1)(x+1)} = \frac{2x}{(x-1)(x+1)}$$

$$h) \frac{a}{ab-b^2} + \frac{b}{ba-a^2} = \frac{a}{b(a-b)} + \frac{b}{a(b-a)}$$

$$= \frac{a^2-b^2}{ab(a-b)} = \frac{a+b}{ab}$$

$$i) \frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} =$$

$$\frac{x+2+x}{x(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)}$$

$$= \frac{2}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)}$$

$$= \frac{2(x+3)+x}{x(x+2)(x+3)} = \frac{3(x+2)}{x(x+2)(x+3)} = \frac{3}{x(x+3)}$$

$$j) \frac{1}{c - \frac{1}{c + \frac{1}{c}}} = \frac{1}{c - \frac{c}{c^2+1}} = \frac{1}{\frac{c^3+c-c}{c^2+1}}$$

$$= \frac{1}{\frac{c^3}{c^2+1}} = \frac{c^2+1}{c^3}$$

$$k) \frac{2a}{\frac{1}{1-\frac{1}{a}} - \frac{1}{1+\frac{1}{a}}} = \frac{2a}{\frac{a}{a-1} - \frac{a}{a+1}}$$

$$= \frac{2a}{\frac{a(a+1) - a(a-1)}{(a-1)(a+1)}} = \frac{2a}{\frac{2a}{(a-1)(a+1)}}$$

$$= (a-1)(a+1)$$

10) 次の式を [] 内の文字について解け.

$$a) V = C \left(1 - \frac{T}{N} \right) \quad [T]$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{T}{N} = \frac{V}{C} \Leftrightarrow N - T = \frac{NV}{C}$$

$$\Leftrightarrow T = N - \frac{NV}{C} = N \left(1 - \frac{V}{C} \right)$$

$$b) \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{r} \quad [p]$$

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{r} - \frac{1}{q} = \frac{q-r}{qr}$$

$$\therefore p = \frac{qr}{q-r}$$

11) 次の不等式を解け. またその解を数直線上に表せ.

$$a) \frac{x+4}{3} \geq 1-2x > \frac{x}{2} - \frac{2}{3}$$

$$x+4 \geq 3-6x \quad \text{かつ} \quad 6-12x > 3x-4$$

$$7x \geq -1 \quad 10 > 15x$$

$$x \geq -\frac{1}{7} \quad x < \frac{2}{3}$$

$$-\frac{1}{7} \leq x < \frac{2}{3}$$

$$b) |3x+2| \geq 5$$

$$3x+2 \leq -5 \quad \text{or} \quad 3x+2 \geq 5$$

$$x \leq -\frac{7}{3} \quad x \geq 1$$

$$x \leq -\frac{7}{3}, x \geq 1$$

12) あるアパレルショップでは, ゴールデンウィーク中, 全店の商品がすべて 30%OFF となるセールを行っていた. また, 一部のインターネット会員には, 値引き価格からさらに 20%OFF となる特典が与えられている. このとき, 最終的な値引き価格はもとの価格の何 %OFF になるのか?

30% OFF とは 値段は 70%, つまり 0.7 倍になること

$$0.7 \times 0.8 = 0.56$$

$$1 - 0.56 = 0.44$$

\therefore 44% OFF

13) 華氏 ($^{\circ}F$) と摂氏 ($^{\circ}C$) との間関係は $C = \frac{5}{9}(F-32)$ で表される. アメリカでは温度を華氏で表すことが日常的に行われている. たとえば, 体温が $100^{\circ}F$ 以上になると病気治療が必要とされるといわれているが, これを摂氏で言い換えるとどうなるか.

$$C = \frac{5}{9}(F-32) \quad \text{より} \quad F = \frac{9}{5}C + 32$$

$$F \geq 100 \quad \text{は} \quad \frac{9}{5}C + 32 \geq 100 \quad \text{を意味する}$$

$$C \geq \frac{340}{9} = 37.77 \approx 37.8$$

体温が $37.8^{\circ}C$ 以上になったら
病気治療が必要

14) ビデオ録画には, 標準モードと 3 倍モードの 2 つの方法がある. 例えば, 120 分録画用の DVD を用いたとき, 標準モードでは 120 分の録画が, また, 3 倍モードでは 360 分の録画が出来る. 今, 160 分かかる映画の全部を, 3 倍モードを出来るだけ少なく用いて, 120 分録画用の DVD に収めたい. 標準モードで何分間の録画をすればよいか.

標準モードの録画時間を x 分,
3 倍モードの録画時間を y 分とする.

$$x+y = 160 \quad \text{--- ①}$$

3 倍モード y 分は標準モード換算で $\frac{y}{3}$ 分
だから DVD 上では標準モード $\frac{y}{3}$ 分を消費する

$$x + \frac{y}{3} \leq 120 \quad \text{--- ②}$$

$$\text{①, ②より} \quad x + \frac{160-x}{3} \leq 120$$

$$\frac{2}{3}x \leq \frac{200}{3}$$

$$x \leq 100$$

標準モードで
100 分録画可能