

1 次のそれぞれの値を求めよ。

a)  $\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$

b)  $\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$

c)  $\sqrt[3]{-0.001} = \sqrt[3]{(-0.1)^3} = -0.1$

d)  $\sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \sqrt[4]{\frac{3^4}{2^4}} = \frac{3}{2}$

2 次のそれぞれの値を求めよ。

a)  $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}} = 4$

b)  $\sqrt[4]{\frac{9}{4}} \times \sqrt[4]{36} = \sqrt[4]{\frac{9 \times 36}{4}} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

c)  $\sqrt[3]{0.0001} \times \sqrt[3]{10} = \sqrt[3]{0.0001 \times 10} = 0.1$

d)  $\sqrt[4]{80} \div \sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{\frac{80}{5}} = \sqrt[4]{16} = 2$

3 次のそれぞれの値を求めよ。

a)  $(\sqrt[6]{4})^3 = \sqrt[6]{4^3} = \sqrt[6]{2^6} = 2$

b)  $\sqrt[3]{-\sqrt{729}} = \sqrt[3]{-\sqrt{3^6}} = \sqrt[3]{-3^3} = -3$

4 次のそれぞれの値を求めよ。

a)  $3^0 = 1$

b)  $0.1^{-1} = 10$

c)  $(2.5^0)^{-4} = 1$

d)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \frac{2^3}{3}$

5 次のそれぞれの値を求めよ。

a)  $27^{-\frac{1}{3}} = (3^3)^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$

b)  $8^{-\frac{2}{3}} = (2^3)^{-\frac{2}{3}} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$

c)  $32^{0.4} = (2^5)^{\frac{2}{5}} = 2^2 = 4$

d)  $100^{-\frac{1}{2}} = (10^2)^{-\frac{1}{2}} = 10^{-1} = \frac{1}{10}$

6 次の累乗根を分数指数を用いて表せ。ただし、 $a > 0$  とする。

a)  $\sqrt[5]{a^7} = a^{\frac{7}{5}}$

b)  $\frac{1}{\sqrt[4]{a}} = a^{-\frac{1}{4}}$

c)  $\sqrt[3]{a} \sqrt{a} = a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{6}}$

d)  $\sqrt{\sqrt[3]{a}} = (a^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{6}}$

7 次の各式を、 $\sqrt[m]{a^m}$  の形に表せ。ただし、 $a > 0$  とする。

a)  $a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2}$

b)  $a^{1.75} = a^{\frac{7}{4}} = \sqrt[4]{a^7}$

c)  $\frac{1}{a^{-2.5}} = a^{2.5} = a^{\frac{5}{2}} = \sqrt{a^5}$

d)  $a^{-3.6} \times a^{4.3} = a^{0.7} = a^{\frac{7}{10}} = \sqrt[10]{a^7}$

8 次の各々を計算し、答えを分数指数の形で表せ。ただし、 $a > 0$ ,  $b > 0$  とする。

a)  $\frac{a^{\frac{3}{4}}}{\sqrt[9]{a}} = a \times a^{\frac{1}{3}} \times a^{-\frac{1}{9}} = a^{\frac{7}{9}}$

b)  $\sqrt[4]{a^3} \times \sqrt[6]{a^4} = a^{\frac{3}{4}} \times a^{\frac{4}{6}} = a^{\frac{17}{12}}$

c)  $\sqrt[3]{a} \div \sqrt[4]{a^3} = a^{\frac{1}{3}} \times a^{-\frac{3}{4}} = a^{-\frac{5}{12}}$

d)  $\frac{\sqrt{a^3 b} \times \sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[5]{a^5 b}} = \frac{a^{\frac{3}{2}} \times b^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{3}} \times b^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{5}{5}} \times b^{-\frac{1}{5}}} = a^{\frac{3}{2} + \frac{1}{3} - \frac{5}{5}} \cdot b^{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{5}} = ab$

e)  $10^{-\frac{1}{6}} \div 10^{-\frac{1}{3}} \times 10^{\frac{5}{6}} = 10^{-\frac{1}{6}} \times 10^{\frac{1}{3}} \times 10^{\frac{5}{6}} = 10^{-\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{5}{6}} = 10$

f)  $a^{0.4} \div a^{-\frac{1}{3}} = a^{\frac{2}{5}} \times a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{11}{15}}$

g)  $a^{-\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{3}} \div a^{\frac{5}{6}} = a^{-\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{3}} \times a^{-\frac{5}{6}} = a^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{5}{6}} = a^{-1}$

h)  $(a^{p-q})^r (a^q-r)^p (a^r-p)^q = a^{rp-rq} \times a^{pq-pr} \times a^{qr-qp} = a^{rp-rq+pq-pr+qr-qp} = a^0 = 1$

9 次の各々の式を簡単にせよ。

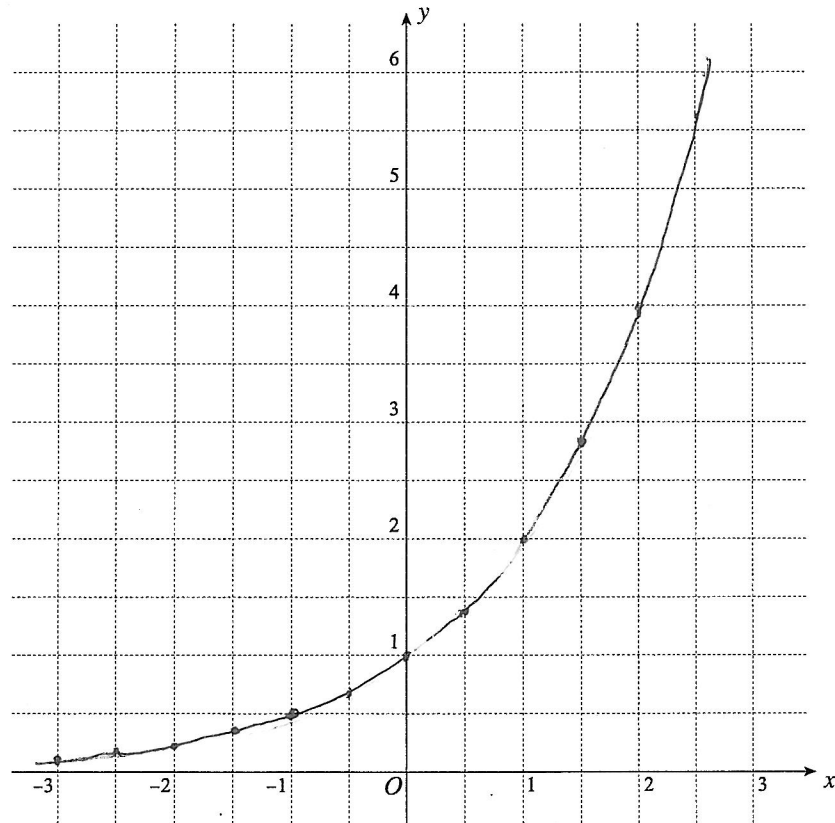
a)  $(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})^2 = x + 2 + \frac{1}{x}$

b)  $(ab^{-1} + a^{-1}b)^2 - (ab^{-1} - a^{-1}b)^2 = a^2 b^{-2} + 2 + a^{-2} b^2 - (a^2 b^{-2} - 2 + a^{-2} b^2) = 4$

- 10) a)  $2^{0.5} \approx 1.414$  とする. このとき,  $2^{-0.5}$  の近似値は,  $2^{-0.5} = 2^{0.5} \times 2^{-1} \approx 1.414 \div 2 = 0.707$  というふうに計算できる. これを応用して  $2^{-1.5}, 2^{1.5}, \dots$  の近似値を求め, 関数  $y = 2^x$  についての次の表にあてはまる  $y$  の値を小数で表せ.

x	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
y	0.125	0.177	0.25	0.354	0.5	0.707	1	1.414	2	2.828	4	5.656	8

- b) 上の表を利用して, 指数関数  $y = 2^x$  のグラフをできる限り丁寧に描け.



- 11) 次の方程式を解け.

a)  $4^x = 32$        $2^{2x} = 2^5$   
 $2x = 5$   
 $x = \frac{5}{2}$

c)  $3^x = 1$   
 $x = 0$

b)  $125^x = 25$        $5^{3x} = 5^2$   
 $3x = 2$   
 $x = \frac{2}{3}$

d)  $3^x = \sqrt{27}$   
 $3^x = 3^{\frac{3}{2}}$   
 $x = \frac{3}{2}$

- 12) 次の数を小さいものから順に並べよ.  $10^{-1}, 10^{\frac{2}{3}}, 10^0, 10^{-\frac{1}{2}}, 10^{\frac{3}{2}}$

$$10^x < 10^y \Leftrightarrow x < y \quad (*) \text{から}$$

$$10^{-1} < 10^{-\frac{1}{2}} < 10^0 < 10^{\frac{2}{3}} < 10^{\frac{3}{2}}$$

- 13)  $\sqrt{2}$  と  $\sqrt[3]{3}$  の大小を比較するのに, 両方を同じ累乗根で表し,  $\sqrt{2} = \sqrt[6]{8}, \sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{9}$  として,  $\sqrt{\quad}$  の中の数を比較する方法がある. 次の各組の数の大小を比べよ.

a)  $\sqrt{6}, \sqrt[3]{14}$

$$\sqrt{6} = \sqrt[6]{6^3} = \sqrt[6]{216}$$

$$\sqrt[3]{14} = \sqrt[6]{14^2} = \sqrt[6]{192}$$

$$\therefore \sqrt{6} > \sqrt[3]{14}$$

b)  $\sqrt{10}, \sqrt[3]{31}$

$$\sqrt{10} = \sqrt[6]{1000}$$

$$\sqrt[3]{31} = \sqrt[6]{961}$$

$$\therefore \sqrt{10} > \sqrt[3]{31}$$

c)  $\sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{4}, \sqrt[5]{5}$

$$\sqrt[4]{4} = \sqrt{2} = \sqrt[6]{8}$$

$$\sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{3^2} = \sqrt[6]{9}$$

$$\therefore \sqrt[3]{3} > \sqrt[4]{4}$$

$$\sqrt[5]{5} = \sqrt[10]{25}$$

$$\sqrt[4]{4} = \sqrt{2} = \sqrt[10]{2^5} = \sqrt[10]{32}$$

$$\therefore \sqrt[4]{4} > \sqrt[5]{5}$$

$$\therefore \sqrt[3]{3} > \sqrt[4]{4} > \sqrt[5]{5}$$

- 14) 4つの関数  $y = 3^x, y = 3^{-x}, y = -3^x, y = -3^{-x}$  のグラフを描け.

