学籍番号：＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名：＿＿＿＿＿＿＿＿

1 次の放物線は，[ ] 内のグラフをどのように平行移動してできたグラフかを示せ．また，下の座標平面にグラフをなるべく丁寧に描け．

a) $y = x^2 + 6x + 5$　$[y = x^2]$

$y = (x+3)^2 - 4$

$\begin{cases} x \text{ 軸方向に } -3 \\ y \text{ 軸方向に } -4 \end{cases}$

b) $y = 2x^2 - 8x + 9$　$[y = 2x^2]$

$y = 2(x-2)^2 + 1$

$\begin{cases} x \text{ 軸方向に } +2 \\ y \text{ 軸方向に } +1 \end{cases}$

c) $y = -x^2 + 5x - 6$　$[y = -x^2]$

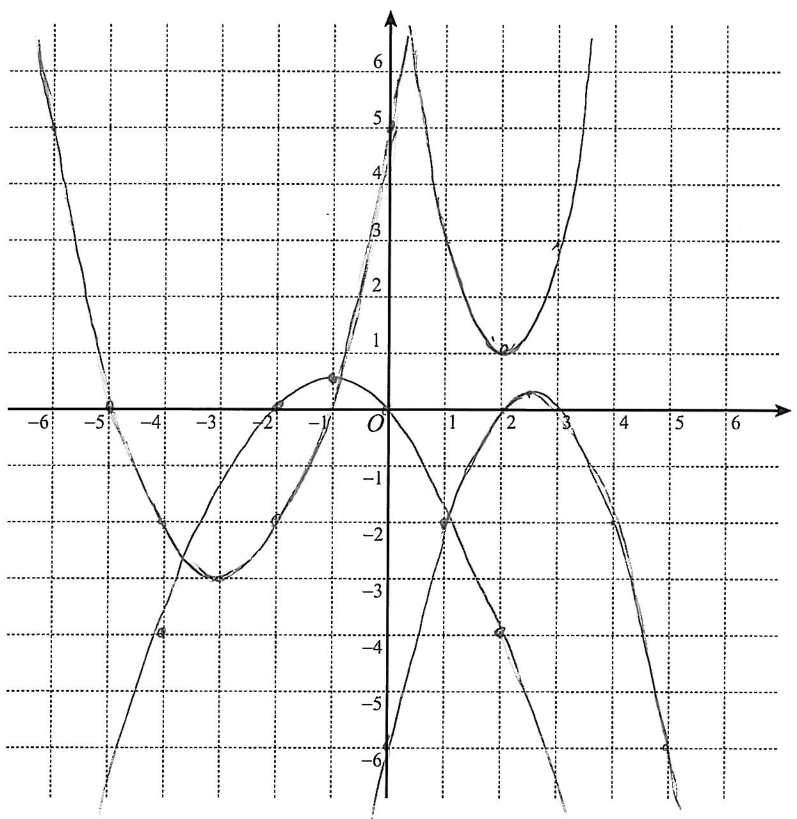
$y = -(x - \frac{5}{2})^2 + \frac{1}{4}$

$\begin{cases} x \text{ 軸方向に } +\frac{5}{2} \\ y \text{ 軸方向に } +\frac{1}{4} \end{cases}$

d) $y = -x - \frac{1}{2}x^2$　$[y = -\frac{1}{2}x^2]$

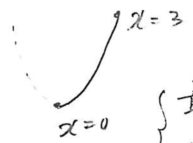
$y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{1}{2}$

$\begin{cases} x \text{ 軸方向に } -1 \\ y \text{ 軸方向に } +\frac{1}{2} \end{cases}$



2 次の関数について，（ ）内に示した定義域における最大値と最小値を求めよ．また，そのときの x の値を求めよ．

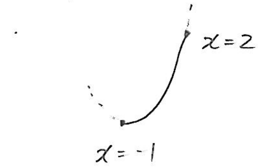
a) $y = x^2 - 2$　$(0 \leqq x \leqq 3)$



$\begin{cases} \text{最大値 } 7 \ (x=3) \\ \text{最小値 } -2 \ (x=0) \end{cases}$

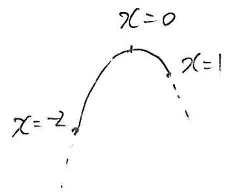
b) $y = x^2 + 2x - 3$　$(-1 \leqq x \leqq 2)$

$y = (x+1)^2 - 4$



$\begin{cases} \text{最大値 } 5 \ (x=2) \\ \text{最小値 } -4 \ (x=-1) \end{cases}$

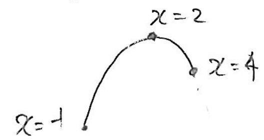
c) $y = 3 - x^2$　$(-2 \leqq x \leqq 1)$



$\begin{cases} \text{最大値 } 3 \ (x=0) \\ \text{最小値 } -1 \ (x=-2) \end{cases}$

d) $y = -x^2 + 4x$　$(-1 \leqq x \leqq 4)$

$y = -(x-2)^2 + 4$



$\begin{cases} \text{最大値 } 4 \ (x=2) \\ \text{最小値 } -5 \ (x=-1) \end{cases}$

3 1 個の原価 80 円の商品を，1 個につき 100 円で売ると，毎日 800 個の売り上げがあり，もし値上げをすれば，単価 10 円の値上げにつき，100 個の割合で，売り上げが減少すると考えられるという．利益を最大にするには，売価をいくらにすればよいか．

x 円値上げしたとすると，売り上げは $800 - 10x$ 個に減少する

このとき，1個あたりの利益は $(100+x) - 80 = 20 + x$ 円であるから，

利益 y は　$y = (20+x)(800-10x) = -10x^2 + 600x + 16000$

$= -10(x-30)^2 + 25000$

したがって 30円値上げしたとき，すなわち売価が 130円のとき利益最大

4 あるラーメン屋チェーン店のオーナーは，A 市にあるショッピングセンターにラーメン屋をオープンさせるかどうかを検討している．このショッピングセンターにはラーメン屋はなく，ラーメンへの需要は価格を p（円）としたとき，1 日あたり $D(p) = 500 - \frac{1}{2}p$（ただし，$0 \leqq p \leqq 1000$）という需要関数で与えられる．また，ラーメン一杯を作る費用は人件費等を含めてちょうど 400 円であるとする．

a) ラーメン屋の利潤 π を価格 p の関数 $\Pi(p)$ として表せ．

一杯あたりの利益は　$p - 400$ (円) だから

$\Pi(p) = (p-400)D(p)$

$= (p-400)(500 - \frac{1}{2}p)$

b) 儲けを最大にするためにはラーメンを 1 杯いくらで売ればよいだろうか．

$\pi(p) = (p-400)(500-\frac{1}{2}p) = -\frac{1}{2}p^2 + 700p - 200000$

$= -\frac{1}{2}(p-700)^2 + 45000$

$p = 700$ (円) のとき利益最大

c) 上の費用のほかに賃料として月々に 120 万円支払わなければならないとする．このとき，ラーメン屋のオーナーはこのショッピングセンターに店をオープンすべきだろうか．

$45000 \times 30 = 1350000 = 135$万(円) > 120万(円)

オープンすべき

5 次の方程式を解け．

a) $2x^2 + 7x + 3 = 0$

$(2x+1)(x+3) = 0$

$x = -\frac{1}{2}, -3$

b) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

$(2x-3)^2 = 0$

$x = \frac{3}{2}$ (重解)

c) $x^2 + 3x - 2 = 0$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

d) $3x^2 - 5x - 2 = 0$

$(3x+1)(x-2) = 0$

$x = 2, -\frac{1}{3}$

e) $x^2 - 2x + 5 = 0$

$x = -1 \pm \sqrt{-4}$

$= -1 \pm 2i$

f) $\frac{x^2}{3} + \frac{x}{2} - \frac{1}{4} = 0$

$4x^2 + 6x - 3 = 0$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{21}}{4}$

6 横が縦よりも 5cm 短い長方形のボール紙がある．その四隅から一辺が 3cm の正方形を切りとり，残りの四方を折り曲げて，ふたのない箱をつくると，容積が 108cm^3 になるという．このボール紙の縦と横の長さを求めよ．

縦の長さを x とすると 横の長さは $x-5$

底面積 $= (x - 2\times3)(x - 5 - 2\times3) = (x-6)(x-11)$

容積 $= 3(x-6)(x-11)$

$3(x-6)(x-11) = 108 \Leftrightarrow (x-6)(x-11) = 36$

$\Leftrightarrow x^2 - 17x + 30 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-15) = 0$

$x > 6$ でないと 隅から 3cm で切りとれないので

$x = 2$ は不可 $\therefore x = 15$

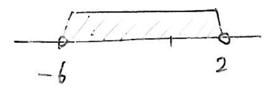
$\begin{cases} 縦\ 15\text{cm} \\ 横\ 10\text{cm} \end{cases}$

7 次の不等式を解け．またその解を数直線上に表せ．

a) $x^2 + 4x - 12 < 0$

$(x-2)(x+6) < 0$

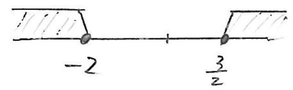
$-6 < x < 2$



b) $2x^2 + x - 6 \geqq 0$

$(2x-3)(x+2) \geqq 0$

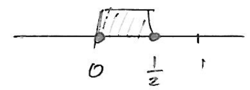
$x \leqq -2,\ x \geqq \frac{3}{2}$



c) $2x^2 - x \leqq 0$

$x(2x-1) \leqq 0$

$0 \leqq x \leqq \frac{1}{2}$



d) $6x^2 + 10x - 4 > 0$

$3x^2 + 5x - 2 > 0$

$(3x-1)(x+2) > 0$

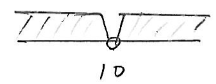
$x < -2,\ x > \frac{1}{3}$

e) $x(x-8) > 12x - 100$

$x^2 - 20x + 100 > 0$

$(x-10)^2 > 0$

$x \neq 10$

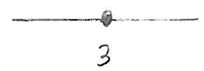


f) $x^2 - x + 1 \leqq 5x - 8$

$x^2 - 6x + 9 \leqq 0$

$(x-3)^2 \leqq 0$

$x = 3$



8 n 角形の対角線は $\frac{n(n-3)}{2}$ 本ある．対角線が 35 本より少ない多角形のうち辺の数が最も多いのは何角形か．

$\frac{n(n-3)}{2} < 35 \Leftrightarrow n^2 - 3n < 70$

$\Leftrightarrow n^2 - 3n - 70 < 0$

$\Leftrightarrow (n+7)(n-10) < 0$

$\Leftrightarrow -7 < n < 10$ 　よって最大の整数 n は 9，9角形

9 周囲の長さ 20cm の長方形の面積が 15cm^2 より大きく，20cm^2 をこえないようにするには，長方形の長い方の辺の長さをどのようにすればよいか．

[ヒント：長い方の辺の長さを x とすると，短い方の辺の長さは $10-x$．このとき x の方が $10-x$ よりも大きいという条件も考慮しなければならない．]

長い方の辺の長さを x とすると，短い方の辺の長さは $10-x$

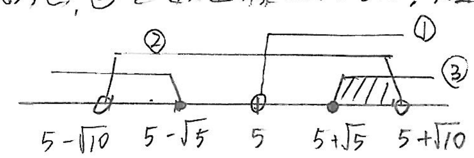
このとき，長い辺が本当に長くなるためには $x > 10-x$，すなわち $x > 5$ －①

長方形の面積は $x(10-x)$ だから $15 < x(10-x) \leqq 20$

$x(10-x) > 15 \Rightarrow x^2 - 10x + 5 < 0 \Rightarrow 5-\sqrt{10} < x < 5+\sqrt{10}$ －②

$x(10-x) \leqq 20 \Rightarrow x^2 - 10x + 20 \geqq 0 \Rightarrow x \leqq 5-\sqrt{5},\ x \geqq 5+\sqrt{5}$ －③

①, ②, ③ を数直線上に表し，共通部分を求めると



$5+\sqrt{5} \leqq x < 5+\sqrt{10}$