

微分積分 II — 期末試験

2014 年 7 月 22 日

時間 60 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく途中の計算や説明も書くこと. これがない場合, 大幅な減点をすることもある.

1 つぎの 2 変数関数について, 2 階の偏微分までをすべて計算せよ.

a) $f(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2}$

b) $f(x, y) = (x - y)e^{-xy}$

2 関数 $f(x, y) = x^3 - 6xy + 3y^2 - 6x + 6y$ の臨界点 (すべての偏微分が 0 になる点) をすべても求め, 各臨界点において極大・極小を判定せよ.

3 消費者の効用関数が $u(x, y) = x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}}$ で与えられているとする. このとき, $40x + 18y = 120$ という条件のもとで効用 $u(x, y)$ を最大にするような (x, y) を Lagrange の乗数法により求めよ.

4 次の不定積分を求めよ.

a) $\int \frac{x}{\sqrt{1-4x}} dx$

b) $\int (3x + 1)e^{-x} dx$

5 $\sqrt{17} = 4\sqrt{1 + \frac{1}{16}}$ という表示と $\sqrt{1+x}$ の 2 次近似の式を用い $\sqrt{17}$ の近似値を求めよ. また, このようにして得られた近似値と $\sqrt{17}$ の値とは小数第何位まで一致するかを答えよ.

6 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x) + \log(1-x)}{x + \log(1-x)}$ を求めよ. 必要ならば, 次の公式

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + o(x^n)$$

を用いてよい.

7 x の関数 y に対し, y の x に関する弾力性 $\text{El}_x y$ は $\text{El}_x y = \frac{x}{y} \frac{dy}{dx}$ と定義される. 関数 $y = \log x$ について, $\text{El}_x y$ を求めよ.