復習問題　略解

1 a) $\dfrac{f(2)-f(1)}{2-1}=\dfrac{2}{3}$　b) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=2$　c) $y=2x-3$　d) 別紙参照

2 a) $\dfrac{f(2)-f(1)}{2-1}=-\sqrt{3}+1$　b) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=-1$　c) $y=-x$　d) 別紙参照

3 a) 別紙グラフより，$0<x<1$，$2<x$　b) 別紙グラフより，$x \leqq 1$

4 a) $(g\circ f)(x)=1+a-ax$，$(f\circ g)(x)=-\dfrac{x}{a}$.

b) $1+a-ax=-\dfrac{x}{a}$ がすべての x になついて成り立たなければ行けないので，$a=-1$.

5 a) 定義域 $x\neq -2$, 値域 $y\neq 2$；逆関数 $f^{-1}(x)=-\dfrac{2x+1}{x-2}$，逆関数の定義域 $x\neq 2$, 値域 $y\neq -2$.

b) 定義域 $x\leqq 2$, 値域 $y\leqq 0$；逆関数 $f^{-1}(x)=2-x^2$，逆関数の定義域 $x\leqq 0$, 値域 $y\leqq 2$.

6 次の関数を変数 x で微分せよ．

a) $f'(x)=3(4x+5)(2x^2+5x-6)^2$

b) $f'(x)=(x-1)^4+4x(x-1)^3$

c) $f'(x)=\dfrac{-4x}{(x^2-3)^3}$

d) $f'(x)=\dfrac{-2(3x^2-15x-1)}{(3x^2+1)^2}$

e) $f'(x)=\dfrac{3x^2-x-4}{2x\sqrt{x}}$

f) $f'(x)=\dfrac{1-3x}{2\sqrt{2-x}}$

g) $f'(x)=-\dfrac{1}{3}\sqrt[3]{\dfrac{1}{(x+4)^4}}$

h) $$f'(x)=-\frac{1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}}{(x+\sqrt{x^2-1})^2}=-\frac{1}{\sqrt{x^2-1}\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)}$$

i) $f'(x)=(1-2x)e^{-2x}$

j) $f'(x)=\dfrac{x-1}{x}e^{\frac{1}{x}}$

k) $f'(x)=\dfrac{2}{(x-1)(x+1)}$

l) $f'(x)=\dfrac{\log x-2}{(\log x-1)^2}$

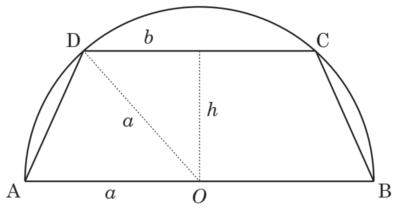
7 別紙グラフ参照

8 a) 最大値 $\sqrt{2}$（$x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ のとき），最小値 -1（$x=-1$ のとき）.

b) 最大値 $e^{-2}=0.135335\ldots$（$x=1$ のとき），最小値 -1（$x=0$ のとき）.

【裏につづく】

$\boxed{9}$ 台形の高さを h とし，上底の長さ（辺 CD の長さ）を $2b$ とおくと，図のように $a^2 = b^2 + h^2$ が成り立つ．



したがって，$b = \sqrt{a^2 - h^2}$ となる．このとき，$S = \dfrac{2a+2b}{2}h$ であるから，$S = h(a + \sqrt{a^2 - h^2})$.

$$\frac{dS}{dh} = \frac{a\sqrt{a^2 - h^2} + a^2 - 2h^2}{\sqrt{a^2 - h^2}}$$

$\dfrac{dS}{dh} = 0$ となるのは $a\sqrt{a^2 - h^2} + a^2 - 2h^2 = 0$ のときであるが，$a\sqrt{a^2 - h^2} = -a^2 + 2h^2$ の両辺を２乗して整理することにより，$4h^4 = 3a^2h^2$ を得る．$h > 0$ であることに注意して $\dfrac{dS}{dh} = 0$ となるのは $h = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$ のとき．$0 < h < a$ の範囲で S の増減表を書けば（省略），$h = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$ のとき S が最大になることがわかり，S の最大値は $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}a^2$.

$\boxed{10}$ $\dfrac{Q(L)}{L}$ を最大にするような L では，$\left(\dfrac{Q(L)}{L}\right)' = 0$ が成り立つ．一方，商の微分法により

$$\left(\frac{Q(L)}{L}\right)' = \frac{Q'(L)L - Q(L)}{L^2} = \frac{Q'(L) - \frac{Q(L)}{L}}{L}$$

が成り立つ．したがって，

$$Q'(L^*) - \frac{Q(L^*)}{L^*} = 0$$