

1 ある工場の製品 400 個について検査したところ、不良品が 18 個あった。全製品のおける不良率を、信頼度 95% で推定せよ。

$$\bar{p} = \frac{18}{400}, \quad n = 400$$

$$\left(\bar{p} - 1.96 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}, \bar{p} + 1.96 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \right)$$

$$= (0.045 - 0.020, 0.045 + 0.020)$$

$$= (0.025, 0.065)$$

$$(2.5\% \sim 6.5\%)$$

2 ある意見に対する賛成率は約 60% と予想されている。この意見に対する賛成率を、信頼区間の幅が 4% 以下になるように推定したい。信頼度 95% で推定するには、何人以上抽出して調べればよいか。

$$\text{信頼区間の幅} = 2 \times 1.96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$2 \times 1.96 \times \sqrt{\frac{0.6 \times (1-0.6)}{n}} \leq 0.04$$

$$n \geq \left(\frac{2 \times 1.96 \times \sqrt{0.24}}{0.04} \right)^2 \doteq 2305$$

2305 人以上

(2400 人程度以上)

3 【母集団と標本に関する復習問題】

下の表は5人の生徒が100mを走ったときの、所要時間の記録である。この5人を母集団として、次の問に答えよ。

生徒	A	B	C	D	E
所要時間(秒)	12	14	14	16	18

a) 母平均 μ と母標準偏差 σ を求めよ。

$$\mu = \frac{1}{5} (12 + 14 + 14 + 16 + 18) = 14.8$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{5} (12^2 + 14^2 + 14^2 + 16^2 + 18^2) - 14.8^2 = 4.16$$

$$\sigma = 2.04$$

b) この母集団から、非復元抽出によって大きさ2の標本 (X_1, X_2) を抽出したときの、標本平均 $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2}{2}$ の確率分布を求めよ。

\bar{X} のとり得る値: 13, 14, 15, 16, 17

$$\bar{X} = 13 : (X_1, X_2) = (12, 14)$$

$$" \quad 14 : " = (14, 14), (12, 16)$$

$$" \quad 15 : " = (12, 18), (14, 16)$$

$$" \quad 16 : " = (14, 18)$$

$$" \quad 17 : " = (16, 18)$$

\bar{X}	13	14	15	16	17	計
P	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	1

c) \bar{X} の期待値 $E(\bar{X})$ と標準偏差 $\sigma(\bar{X})$ を求めよ。

$$E(\bar{X}) = 13 \times \frac{2}{10} + 14 \times \frac{2}{10} + 15 \times \frac{3}{10} + 16 \times \frac{2}{10} + 17 \times \frac{1}{10} = 14.8$$

$$V(\bar{X}) = 13^2 \times \frac{2}{10} + 14^2 \times \frac{2}{10} + 15^2 \times \frac{3}{10} + 16^2 \times \frac{2}{10} + 17^2 \times \frac{1}{10} - 14.8^2$$

$$= 220.6 - 219.04 = 1.56$$

$$\sigma(\bar{X}) = \sqrt{1.56} = 1.25$$