1 ある街でタクシーによるひき逃げ事故があった．その街にはそれぞれ緑色のタクシーと青色のタクシーを使っている 2 つのタクシー会社がある．その街で走っているタクシーの 85%は緑色のタクシーであり，15%は青色のタクシーである．目撃者はひき逃げタクシーは青色であったと証言した．その時間帯のその場所でその証言の識別力を調べたところ，緑色と青色のタクシーのそれぞれに対して，常に 80%は正しく識別できることが明らかになった．さて，事故を起こしたタクシーが本当に青色タクシーであった確率は求めたい．

a) 実際のタクシーの色が緑色であるとき，目撃者が青色であると識別する事象を (緑, 青) などと表すことにし，全事象 U を $U = \{(緑, 緑), (緑, 青), (青, 緑), (青, 青)\}$ とする．それぞれの根元事象の確率を求めよ．

$P(\{(緑,緑)\}) = 0.85 \times 0.8 = 0.68$,　$P(\{(緑,青)\}) = 0.85 \times 0.2 = 0.17$

$P(\{(青,緑)\}) = 0.15 \times 0.2 = 0.03$,　$P(\{(青,青)\}) = 0.15 \times 0.8 = 0.15$

b) 次の表の空欄を埋めよ．

証言 / タクシー	緑	青	計
緑	68 %	17 %	85 %
青	3 %	12 %	15 %
計	71 %	29 %	100 %

c) 目撃者が青色であると証言する事象 A を求め，その確率 $P(A)$ を求めよ．

$A = \{(緑,青), (青,青)\}$

$P(A) = 0.17 + 0.15 = 0.29$

d) タクシーの色が青である事象を B とする．目撃者が青色であると証言したとき，実際にタクシーの色が青である確率 $P_A(B)$ を求めよ．

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.12}{0.29} = \frac{12}{29}.$$

2 J，K，L，M の 4 人が縦一列に並んだ 4 つのいすに座る．J が K より前に座る事象を A，K が L より前に座る事象を B とする．このとき，事象 A，B が独立であるかどうかを調べたい．

a) 全事象 U をどのように設定したらよいか．また，そのとき U の要素の個数 $n(U)$ は何か．さらに，根元事象の確率はどのように設定すべきか．

U は 4人の並ぶ並び方を要素とする集合．

$n(U) = 4! = 24$.

ひとつひとつの並び方は等確率と考え，$\frac{1}{24}$ とする．

b) 事象 $A \cap B$ を言葉で表現せよ．また，$n(A \cap B)$ を求めよ．

$A \cap B$ は J が K より前に座り，K が L より前に座る事象．

言い換えると，J, K, L がこの順に前から座る事象

M がどこに入るかにより，4通りの座り方があるので $n(A \cap B) = 4$

c) $P(A)$，$P(B)$，$P(A \cap B)$ をそれぞれ求めよ．

$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$,　$P(B) = \frac{n(B)}{n(U)} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(U)} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$

d) 事象 A，B が独立であるかどうかを判定せよ．

$P(A)P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \neq \frac{1}{6} = P(A \cap B)$

したがって A, B は独立ではない．

3 ある大学では学生の数学と英語の成績の分布が次の表の通りであった．

数学＼英語	優	良	可
優	15%	15%	5%
良	10%	20%	10%
可	5%	10%	10%

いま，優 = 4 点，良 = 3 点，可 = 2 点とし，数学と英語の平均点を X とする．すなわち，数学，英語の成績が，例えば (良, 優) であれば，$X\big((良, 優)\big) = (3+4)/2 = 3.5$ とする．

a) X の値として可能なものすべてを挙げよ．

4, 3.5, 3, 2.5, 2.

b) X の値が 3 となる事象 A を求めよ．また，確率 $P(A)$ を求めよ．

$A = \{(優,可),(良,良),(可,優)\}$

$P(A) = 5\% + 20\% + 5\% = 30\%$

c) 次の表を完成させよ．

X	4	3.5	3	2.5	2	計
P	0.15	0.35	0.3	0.2	0.1	1

d) X の期待値 $E(X)$ を求めよ．

$E(X) = 4\times0.15 + 3.5\times0.35 + 3\times0.3 + 2.5\times0.2 + 2\times0.1$

$= 3.075$