

1 ある大学では学生の数学と英語の成績の分布が次の表の通りであった.

		英語		
		優	良	可
数学	優	15%	15%	5%
	良	10%	20%	10%
	可	5%	10%	10%

a) 1人の学生を選んだとき, 例えばその学生の数学の成績が良, 英語の成績が優であるすると, そのことを記号(良, 優)で表すことにする. このとき, 全事象  $U$  をこの記号を用いて表せ.

$$U = \{ (優, 優), (優, 良), (優, 可), \\ (良, 優), (良, 良), (良, 可), \\ (可, 優), (可, 良), (可, 可) \}$$

b)  $A$  を数学が優であるという事象,  $B$  を英語が優であるという事象とする. 事象  $A, B, A \cup B, A \cap B$  をそれぞれ上の記号を用いて表せ.

$$A = \{ (優, 優), (優, 良), (優, 可) \}$$

$$B = \{ (優, 優), (良, 優), (可, 優) \}$$

$$A \cup B = \{ (優, 優), (優, 良), (優, 可), (良, 優), (可, 優) \}$$

$$A \cap B = \{ (優, 優) \}$$

c)  $P(A), P(B), P(A \cup B), P(A \cap B)$  を上の表から求めよ.

$$P(A) = 15\% + 15\% + 5\% = 35\%$$

$$P(B) = 15\% + 10\% + 5\% = 30\%$$

$$P(A \cup B) = 15\% + 15\% + 5\% + 10\% + 5\% = 50\%$$

$$P(A \cap B) = 15\%$$

d)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$  が成立していることを確かめよ.

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 35\% + 30\% - 15\% \\ = 50\% \\ = P(A \cup B)$$

確かに成立

e) 数学と英語の少なくとも一方は優ではないという事象を  $C$  とする.  $C$  の余事象  $\bar{C}$  を先の記号で表せ.

$\bar{C}$  : 両方とも優である.

$$\bar{C} = \{ (優, 優) \}$$

f)  $P(C)$  を余事象の確率を基にして求めよ.

$$P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 100\% - 15\% = 85\%$$

g) 事象 A をあらためて全事象  $U'$  とみなす.  $U'$  を表のページの記号で表し, 各根元事象についてその確率を求めよ.

$$U' = \{ (\text{優}, \text{優}), (\text{優}, \text{良}), (\text{優}, \text{可}) \}$$

$$P(\{(\text{優}, \text{優})\}) = \frac{15}{35} = \frac{3}{7}$$

$$P(\{(\text{優}, \text{良})\}) = \frac{15}{35} = \frac{3}{7}$$

$$P(\{(\text{優}, \text{可})\}) = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$$

h) こゝでは事象 B をあらためて全事象  $U''$  とみなす.  $U''$  を表のページの記号で表し, 各根元事象についてその確率を求めよ.

$$U'' = \{ (\text{優}, \text{優}), (\text{良}, \text{優}), (\text{可}, \text{優}) \}$$

$$P(\{(\text{優}, \text{優})\}) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

$$P(\{(\text{良}, \text{優})\}) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

$$P(\{(\text{可}, \text{優})\}) = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

i) ある学生を選んだとき, その学生の数学の成績は可であった. この学生の英語の成績が優である確率を求めよ.

D: 数学の成績が可. とする

もとめる確率は  $P_D(B)$

$$P_D(B) = \frac{P(D \cap B)}{P(D)} = \frac{0.05}{0.05 + 0.10 + 0.10} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

2] ある会社で同じ製品を2つの工場 X, Y で製造している. 製品に不良品が含まれる確率は, 工場 X では4%, 工場 Y では5%であるという. いま, 工場 X の製品 1000 個と工場 Y の製品 800 個がある.

a) 下の表を完成させよ.

工場 \ 良・不良	良品	不良品	計
X	960 個	40 個	1000 個
Y	760 個	40 個	800 個
計	1720 個	80 個	1800 個

b) これら 1800 個の製品の中から 1 個を取り出すとき, 次の確率を求めよ.

a) それが工場 X の不良品である確率

$$\frac{40}{1800} = \frac{1}{45}$$

b) それが良品である確率

$$\frac{1720}{1800} = \frac{43}{45}$$

c) これら 1800 個の製品の中から 1 個を取り出したとき, それは良品であった. このとき, この製品が工場 X で生産されていた確率を求めよ.

A: 良品 B: 工場 X で製造

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{960}{1800}}{\frac{43}{45}} = \frac{24}{43}$$