

復習問題

1 $f(x) = \frac{1}{1-2x}$ のとする.

- a) x が 1 から 2 まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求めよ.
 b) $x = 1$ における $f(x)$ の瞬間変化率 (= 微分係数) を定義に従って求めよ.
 c) $y = f(x)$ のグラフの $(1, -1)$ における接線の方程式を求めよ.
 d) $y = f(x)$ のグラフと, $(1, -1)$ における接線を描け.

2 $f(x) = -\sqrt{2x-1}$ として前問と同じ問いに答よ.

3 グラフを利用して, 次の不等式を解け.

a) $\frac{2x-1}{x-1} < x+1$

b) $\sqrt{-4x+8} \geq x+1$

4 a を定数とし, $f(x) = \frac{1}{1-x}$, $g(x) = \frac{x+a}{x}$ とする.

- a) $(g \circ f)(x)$ と $(f \circ g)(x)$ を求めよ.
 b) $(g \circ f)(x)$ と $(f \circ g)(x)$ が同じ関数になるように, 定数 a の値を定めよ.

5 次のおのおのの関数について, その定義域と値域を求めよ. また, それぞれの逆関数を求め, 逆関数の定義域と値域も求めよ.

a) $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$

b) $f(x) = -\sqrt{2-x}$

6 次の関数を変数 x で微分せよ.

a) $f(x) = (2x^2 + 5x - 6)^3$

b) $f(x) = x(x-1)^4$

c) $f(x) = \frac{1}{(x^2-3)^2}$

d) $f(x) = \frac{2x-5}{3x^2+1}$

e) $f(x) = \frac{x^2-x+4}{\sqrt{x}}$

f) $f(x) = (x+3)\sqrt{2-x}$

g) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{x+4}}$

h) $f(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x^2-1}}$

i) $f(x) = xe^{-2x}$

j) $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$

k) $f(x) = \log\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$

l) $f(x) = \frac{x}{(\log x - 1)}$

7 次の関数の増減, 極値, グラフの凹凸および変曲点を調べ, そのグラフをかけ.

a) $f(x) = x^4 + 2x^3 - 1$

b) $f(x) = \frac{4}{x^2+1}$

c) $f(x) = e^{-x^2/2}$

d) $f(x) = \frac{1}{x} + \log x$

8 次関数の最大値、最小値を求めよ.

a) $x + \sqrt{1-x^2}$ ($-1 \leq x \leq 1$)

b) $(2x-1)e^{-2x}$ ($0 \leq x \leq 3$)

9 長さ $2a$ の線分 AB を直径とする半円に内接する台形 $ABCD$ の面積 S の最大値を求めよ. [ヒント: 台形の高さを h とおき, 上底の長さを h で表せ.]

10 不定積分 $\int \frac{x}{\sqrt{3x-1}} dx$ を以下の方法で求めよ.

a) $3x-1=t$ とおいて求めよ.

b) $\sqrt{3x-1}=t$ とおいて求めよ.

11 次の不定積分を求めよ.

a) $\int x(3x+2) dx$

b) $\int \frac{1}{x \log x} dx$

c) $\int (x+1)e^x dx$

d) $\int \log(x+1) dx$