

1 a)  $f(x) = e^x$  とすると, 自然対数関数  $\log x$  はその逆関数である, すなわち  $f^{-1}(x) = \log x$  である. 逆関数の微分公式と  $f'(x) = e^x$  であることを用い,  $\log x$  の導関数を求めよ.

b)  $g(x) = \log x$  とおいたとき, a) を用いて  $g'(1)$  の値を求めよ.

c) b) を用い, 極限  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\log(1+h)}{h}$  の値を求めよ.

d)  $\frac{\log(1+h)}{h} = \log(1+h)^{\frac{1}{h}}$  であることと, c) を用いて  $\lim_{h \rightarrow 0} (1+h)^{\frac{1}{h}}$  の値を求めよ.

e) d) において  $h = \frac{1}{n}$  とおくことにより, 極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  の値を求めよ.

2 a)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\log(1+h)}{h} = 1$  は既知であるとして  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\log\left(1 + \frac{h}{x}\right)}{h}$  を求めよ.

b)  $\log x$  の導関数をを定義を直接用いて求めよ.

3  $f(x)$  に対し,  $(\log f(x))'$  を  $f(x)$  と  $f'(x)$  を用いて表せ.

4 次関数の導関数を求めよ.

a)  $f(x) = e^{-x^2}$

b)  $f(x) = x^2 e^{-2x}$

c)  $f(x) = \log(x^2 + 1)$

d)  $f(x) = e^x \log x$

e)  $f(x) = x \log x$

f)  $f(x) = x^2 (\log x)^3$

g)  $f(x) = \log(1 + \sqrt{x^2 + 1})$

h)  $f(x) = \frac{e^x}{1 - e^x}$

i)  $f(x) = \frac{x}{(\log x - 1)}$