❦ 8. 指数関数とその導関数

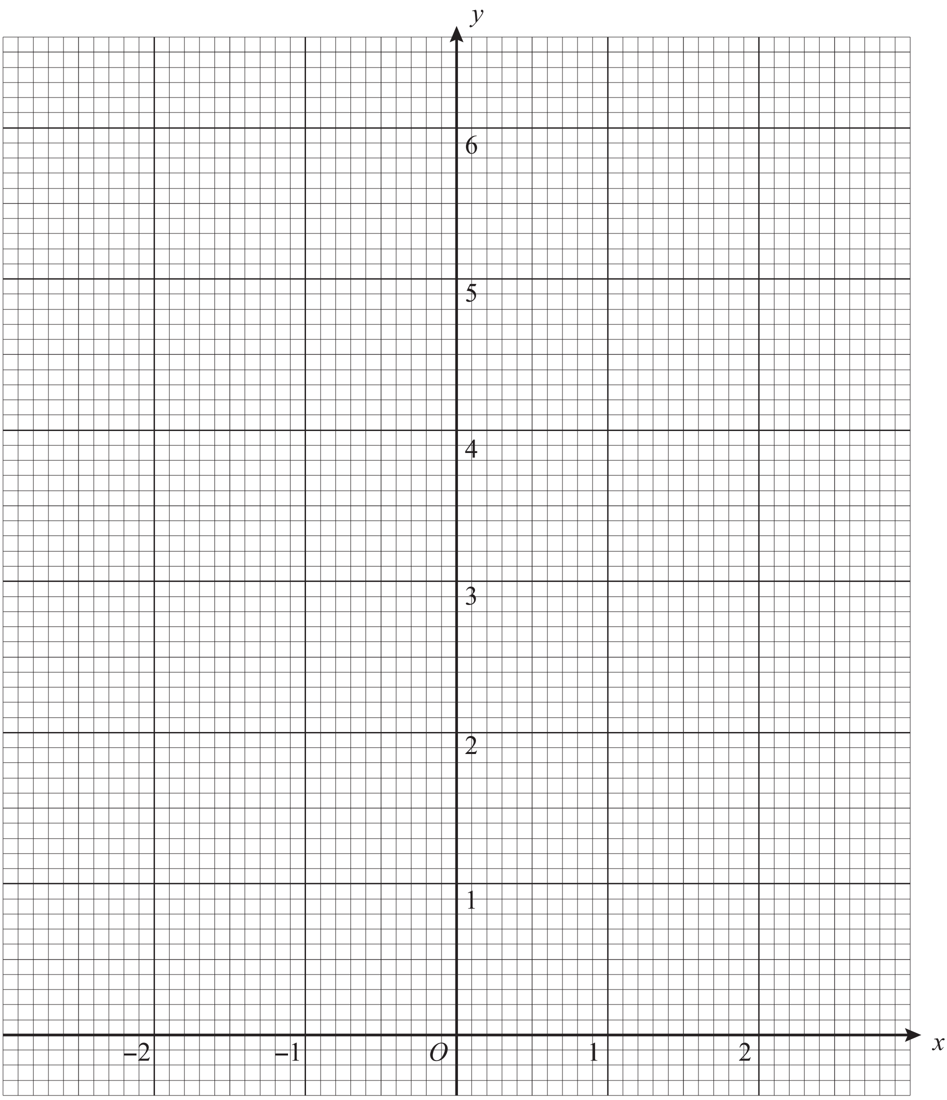
２０１４年度後期　微分積分 I（火２限）

$\boxed{1}$ 関数 $y = 2^x$ および $y = 3^x$ について次の表にあてはまる y の値を小数で表せ．ただし，$2^{0.5} = 1.414$, $3^{0.5} = 1.732$ とする．ヒント：$2^{-0.5} = 2^{0.5} \times 2^{-1} = 1.414 \div 2 = 0.707$ であることなどに注意せよ．

x	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
2^x													

x	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
3^x													

$\boxed{2}$ 前問を利用して，指数関数 $y = 2^x$ と $y = 3^x$ のグラフを描け．また，それぞれのグラフの $(0, 1)$ における接線をなるべく正確に引き，その傾きを推定せよ．



学籍番号 : ____________________　　氏名 : ________________________

3　次の表は $a=2, a=3$ のときの $\dfrac{a^h-1}{h}$ の値を計算するためのものである. $\sqrt{}$ 機能のある電卓を用いて, $2^{\frac{1}{4}}=\sqrt{\sqrt{2}}=\sqrt{1.414\cdots}$, $2^{\frac{1}{8}}=\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}, \ldots$ のように計算することにより, 表の空欄を埋め, $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{2^h-1}{h}$, $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{3^h-1}{h}$ を推測せよ.

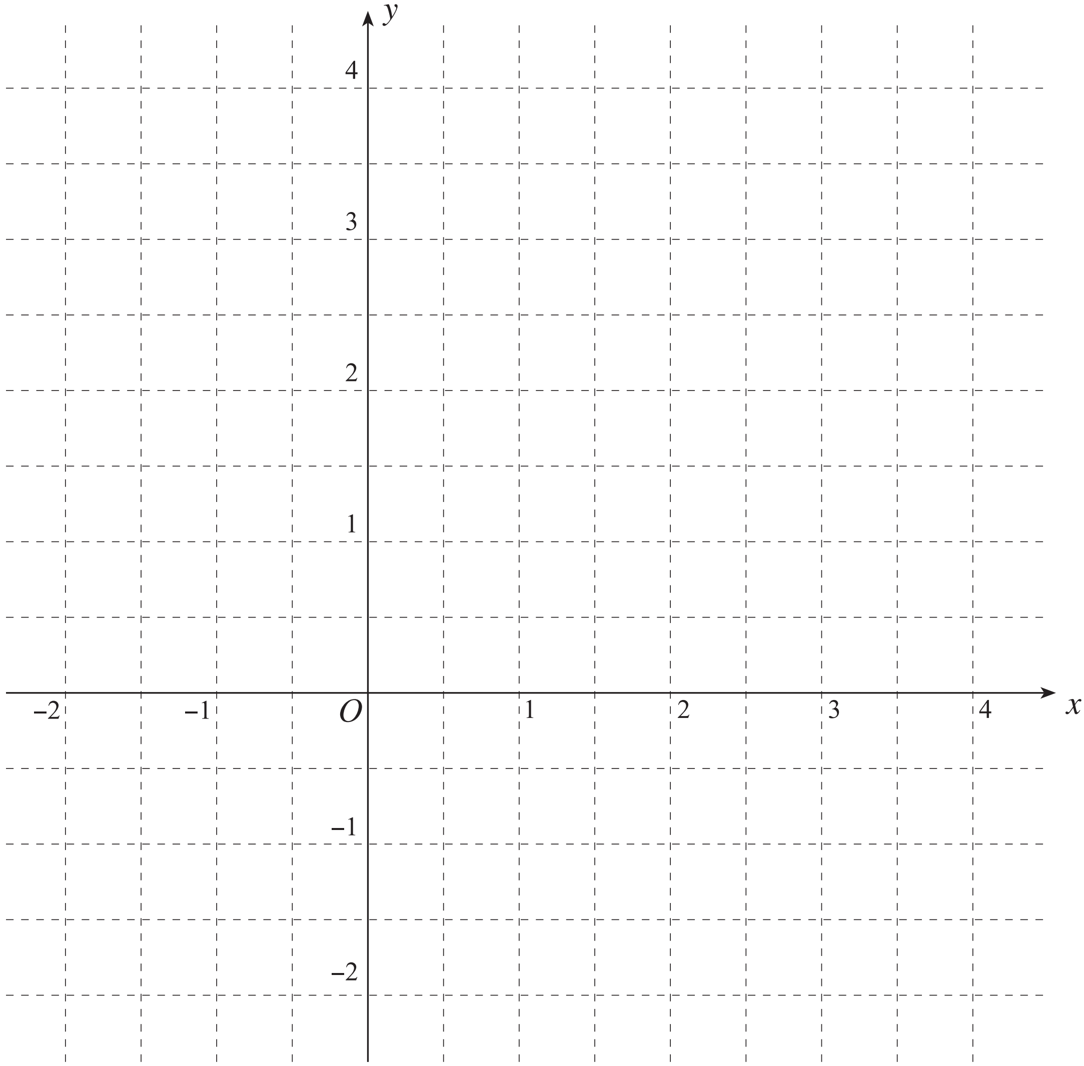
h	$\dfrac{2^h-1}{h}$	$\dfrac{3^h-1}{h}$
$\frac{1}{2}$	$(1.41421356\ldots-1)\times 2=0.82842712\ldots$	$(1.73205080\ldots-1)\times 2=1.4641016\ldots$
$\frac{1}{4}$	$(1.18920711\ldots-1)\times 4=$	$(1.31607401\ldots-1)\times 4=$
$\frac{1}{8}$	$=$	$=$
$\frac{1}{16}$	$=$	$=$
$\frac{1}{32}$	$=$	$=$
$\frac{1}{64}$	$=$	$=$
$\frac{1}{128}$	$=$	$=$
$\frac{1}{256}$	$=$	$=$
$\frac{1}{512}$	$=$	$=$
$\vdots$	$\downarrow$	$\downarrow$
0		

【裏に続く】

$\boxed{4}$ 関数 $y = e^x$ について，いろいろな x に対する y の値は次の表のようになる．

x	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5
e^x	0.1353	0.2231	0.3679	0.6065	1.0000	1.6487	2.7183	4.4817	7.3891	12.183

これを利用して，指数関数 $y = e^x$ のグラフを描き，そのグラフの $(0, 1)$ における接線を引いてみよ．また，対数関数 $y = \log x$ は $y = e^x$ の逆関数であることを用い，$y = \log x$ のグラフを描き，$(1, 0)$ における接線を引いてみよ．



$\boxed{5}$ $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{e^h-1}{h}=1$ を用い，次の各々の関数の導関数を定義を直接用いて求めよ.

a) $f(x)=e^{ax+b}$

b) $f(x)=xe^x$

$\boxed{6}$ 指数関数と対数関数は互いに他の逆関数であるから $e^{\log a}=a$ が成り立つ．したがって $a^x=(e^{\log a})^x=e^{x\log a}$ である．このことと前問 a) を用いて，指数関数 a^x の導関数 $(a^x)'$ をもとめよ.