

基礎数学 A2 — 期末試験

2013 年 1 月 18 日

時間 60 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可。
- 最終的な答えだけを書くのではなく途中の計算や説明も書くこと。これがない場合、大幅な減点をすることもある。
- ①②は解答用紙の所定の位置に記入すること。

① $f(x) = \frac{1}{5}\left(x^4 + \frac{14}{3}x^3 - 18x + 9\right)$ とする。

- a) $f'(x)$ を求め、 $f'(x) = 0$ となる x と $f'(x) > 0$ となる範囲を求めよ。
 【ヒント】 $f'(x)$ は因数分解できる。とくに、 $f'(x)$ は $x-1$ で割り切れる。
- b) $f''(x)$ を求め、 $f''(x) = 0$ となる x と $f''(x) > 0$ となる範囲を求めよ。
- c) 解答用紙の $f(x)$ の増減表を完成させよ。(増減だけでなくグラフの凹凸も調べよ。)
- d) $f(x)$ が極大・極小となる x の値を求め、さらに極大値・極小値を求めよ。
- e) グラフの変曲点の x 座標を求めよ。(y 座標は求める必要はない。)
- f) $f(-4)$ および $f(2)$ を求めよ。
- g) $y = f(x)$ のグラフの概形を解答用紙の所定の座標平面内に描け。

② $f(x) = \sqrt{2x+6}$ とする。以下の問いに答えよ。

- a) 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域を求めよ。
- b) x が -1 から $\frac{3}{2}$ まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求めよ。
- c) $f(x)$ の導関数を計算せよ。また、これを用いて $x = -1$ における $f(x)$ の微分係数 $f'(-1)$ を求めよ。
- d) $y = f(x)$ のグラフの $(-1, 2)$ における接線の方程式を求めよ。
- e) $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求めよ。
- f) 逆関数 $y = f^{-1}(x)$ の定義域と値域を求めよ。
- g) $y = f(x)$ のグラフ、 $y = f(x)$ の $(-1, 2)$ における接線、逆関数 $y = f^{-1}(x)$ のグラフ、および直線 $y = 2x + 4$ の4つを解答用紙の所定の座標平面内に描け。
- h) グラフを利用して不等式 $\sqrt{2x+6} > 2x + 4$ を解け。

③ $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$ とする。以下の問いに答えよ。

- a) $x = 1$ における $f(x)$ の微分係数 $f'(1)$ を極限を直接計算することによって求めよ。
- b) $y = f(x)$ のグラフは $y = \frac{k}{x}$ のグラフを x 軸方向に p 、 y 軸方向に q だけ平行移動した曲線である。 k 、 p 、 q は何かを答えよ。
- c) $y = f(x)$ のグラフの $(1, 2)$ における接線の方程式を求めよ。
- d) $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求めよ。
- e) 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域、および逆関数 $y = f^{-1}(x)$ の定義域と値域を求めよ。

【裏に続く】

4 次の各々の関数の導関数を求めよ.

a) $f(x) = (x^2 + x - 1)^5$

b) $f(x) = \frac{x+5}{x^2-5}$

c) $f(x) = \sqrt[3]{1-x+3x^2}$

d) $f(x) = e^{\sqrt{3x+2}}$

e) $f(x) = (x-1)e^{-x^2}$

f) $f(x) = \frac{\log x}{x}$

5 $f(x) = xe^{-x+2}$ とする. $0 \leq x \leq 2$ の範囲での $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ.

6 底面が正方形の正四角柱の形をした箱を考える. この箱の容積が 27 で一定であるとき, その表面積を最小にしたい. 底面の 1 辺の長さ x と高さ h をいくらにすればよいか.

7 【ボーナス問題】 表面積 S が毎秒 4 cm^2 の割合で増加している球がある. この球の半径 r が 5 cm になったとき, 半径 r の変化率 $\frac{dr}{dt}$ および, 体積 V の変化率 $\frac{dV}{dt}$ をそれぞれ求めよ.