

復習問題の略解

- 1 a) $3x^2 + 10x + 8 = (3x + 4)(x + 2)$
 b) $6a^2 + 11ab - 2b^2 = (a + 2b)(6a - b)$
 c) $x^4y - xy^4 = xy(x^3 - y^3) = xy(x - y)(x^2 + xy + y^2)$
 d) $81a^3 + 3 = 3((3a)^3 + 1^3) = 3(3a + 1)(9a^2 - 3a + 1)$

2 筆算による割り算を実行すると、商は $3x + 2$ 、余りは $x + 6$ となる。
 (これより、 $3x^3 - 4x^2 + 12x + 16 = (x^2 - 2x + 5)(3x + 2) + (x + 6)$ と表せる.)

- 3 a) $P(2) = 2^3 + 5 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 - 24 = 0$. これより、 $P(x)$ を $x - 2$ で割ったときの余りは 0 であること、すなわち $P(x)$ は $x - 2$ で割り切れることがわかる。
 b) $P(x)$ を $x - 2$ で割ると、 $P(x) = (x - 2)(x^2 + 7x + 12)$. $(x^2 + 7x + 12)$ をさらに因数分解して $P(x) = (x - 2)(x + 3)(x + 4)$.
 c) $x^3 + x^2 - 6x = x(x - 2)(x + 3)$ と因数分解されるので、最大公約数は $(x - 2)(x + 3)$ 、最小公倍数は $x(x - 2)(x + 3)(x + 4)$.

- 4 a) $\frac{b}{a^3}$ b) $3x^{-2}$ c) 2 d) $9x^2y^3$

- 5 a) $\frac{1}{abc}$ b) $\frac{8ab - 6a + 5b}{15ab}$ c) $\frac{-x(2x - 13)}{(2x - 1)(2x + 5)}$ d) $-\frac{x - 3}{(x - 1)(x - 2)}$
 e) $-\frac{x + 27}{(x - 3)^2(x + 3)}$ f) $\frac{x + 14}{(x + 2)^2(x - 2)}$ g) 0 h) $\frac{y - x}{xy - 1}$ i) $\frac{1}{x}$

6 もとの立方体の 1 辺の長さを x とする。縦横を変えて作った立方体の体積は $(x - 2)(x + 5)x$ 。これがもとの立方体の体積 x^3 より 48cm^3 したのだから、 $(x - 2)(x + 5)x = x^3 + 48$ 。これを整理し、因数分解すると $(3x + 8)(x - 6) = 0$ 。ここで、 $x > 0$ だから、 $x = 6$ が唯一の解となる。

- 7 a) $x \leq -3, x \geq 1$, b) $3 - \sqrt{2} < x < 3 + \sqrt{2}$ c) $x < -1 - \sqrt{2}, x > -1 + \sqrt{2}$

8 $y = x^2 - 2x - 2 = (x - 1)^2 - 3$ とし、 $-1 \leq x \leq 5$ においてグラフまたは増減表をかく。 $x = 5$ のとき最大で、最大値 13。 $x = 1$ のとき最小で、最小値 -3。

- 9 a) 1 円値上げすると $\frac{1}{2}$ 個売り上げが減るということだから、 x 円値上げすると $\frac{x}{2}$ 個売り上げが減る。したがって、売価が $(80 + x)$ 円るとき何個の売り上げは $(100 - \frac{x}{2})$ となり、売上金額は (売価) \times (売り上げ個数) $= (80 + x)(100 - \frac{x}{2}) = -\frac{1}{2}(x - 60)^2 + 9800$ 。これより、最の売り上げ金額を得るための売価は $80 + 60 = 140$ 円。
 b) a) より、最の売り上げ金額を得るの $x = 60$ のとき。このとき、売価は $80 + 60 = 140$ 円。

10 短い辺の長さを x とすると、長い辺の長さは $10 - x$ となる。「短い辺」が「長い辺」より本当に短いための条件は $x < 10 - x$ 。すなわち $x < 5$ である。一方、長方形の面積は $x(10 - x)$ なので、

$$x(10 - x) \geq 21 \iff -x^2 + 10x - 21 \geq 0 \iff (x - 3)(x - 7) \leq 0 \iff 3 \leq x \leq 7$$

これと先ほどの条件を合わせて $3 \leq x < 5$ 。

- 11 a) 5 b) 1 c) $\frac{10}{3}$ d) 5

