

基礎数学 A1 — 期末試験

2014 年 7 月 25 日

時間 60 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可。
- 最終的な答えだけを書くのではなく、途中の計算や説明も書くこと。そうでない場合は大きく減点する。

$$\boxed{1} \quad f(x) = -\frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}x + 1 \text{ とする.}$$

以下の問いに答え、答を解答用紙の指定の位置に記せ。

- $f(-3), f(-2), f(-1), f(0), f(1), f(2), f(3)$ をそれぞれ求めよ。
- $f(x) = 0$ となる x の値をすべて求めよ。
- x が -1 から 1 まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求めよ。
- $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。(ただし、定義に従って極限を計算する必要はない。)
- $y = f(x)$ のグラフの $(-1, f(-1))$ における接線の方程式を求めよ。
- $f'(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ。
- $f(x)$ の増減表を書け。
- $f(x)$ が極大・極小となる x の値を求めよ。また、 $f(x)$ の極大値および極小値を小数で表せ。ただし、答えは小数第 3 位を四捨五入して小数第 2 位まで求めること。
- $y = f(x)$ のグラフを、ここまでの結果を反映させて、なるべく丁寧に描け。また、 $(-1, f(-1))$ における接線も描け。

- $$\boxed{2} \quad \text{a) } 2x^2 + 5x - 3 \text{ を因数分解せよ.}$$
- $$\text{b) } 2x^2 + 5x - 3 \text{ と } 8x^3 - 1 \text{ の最大公約数, および最小公倍数を求めよ.}$$

- $$\boxed{3} \quad \text{a) } 2x^2 + 3x - 7 \text{ を } x + 2 \text{ で割ったときの商と余りを求めよ.}$$

$$\text{b) } \frac{2x^2 + 3x - 7}{x + 2} \text{ を } ax + b + \frac{c}{x + 2} \text{ の形に表せ.}$$

- $$\boxed{4} \quad \text{次の各々の式を簡単にせよ.}$$

$$\text{a) } \frac{a^2bc + abc^2}{\frac{ab}{c}}$$

$$\text{b) } \frac{a}{ab - b^2} - \frac{b}{a^2 - ab} =$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x-2} \right) \div \left(\frac{2}{x-2} - \frac{3}{x-3} \right)$$

$$\text{d) } \frac{x^3}{x + \frac{1}{x - \frac{1}{x}}}$$

- $$\boxed{5} \quad \text{周囲の長さ } 100\text{cm} \text{ の長方形において, 短い方の辺の長さを } x \text{ とする.}$$

- 長い方の辺の長さはいくらか。長い方の辺の長さが、短い方の辺の長さよりも大きいという条件を考慮して、 x の取り得る範囲を求めよ。
- この長方形の面積が 600cm^2 以下であるとき、長方形の短い方の辺の長さをどのようにすればよいか。

【裏に続く】

6] ある商品の1日の売り上げ個数は、1個の値段が100円するとき、1200個であった。この商品1個につき、5円値上げするごとに、100個の割合で売り上げが減少するという。1個の値段がいくらのとき1日の売上金額が最高になるか。また、そのときの売上金額はいくらか。

7] 次の各々の式を簡単にせよ。

a) $\sqrt[3]{a^4b^2} \times \sqrt{a^3b} \div \sqrt[6]{a^5b^3}$ b) $\frac{(ab^{-\frac{5}{2}}) \times (a^{-\frac{1}{4}}b^{\frac{5}{4}})}{(a^{-\frac{3}{2}}b^{\frac{3}{4}}) \div (a^{\frac{9}{4}}b^{-\frac{1}{2}})}$ c) $3^{\log_3 2}$

d) $4\log_2 \sqrt{2} + \frac{1}{2}\log_2 3 + \log_2 \frac{4}{\sqrt{3}}$ e) $\log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 4$

8] 光が、ある種のガラス板を1枚透過するごとに、その強さを2割失うという。このガラスを何枚以上重ねたものを透過すると、その強さがはじめの強さの $\frac{1}{10}$ 以下に弱められるか。ただし $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

9] 次の極限值を求めよ。

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$ b) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1 - 3h)^2 - 1}{h}$

10] $f(x) = (2x - 1)^2$ とする。 $x = 1$ における微分係数 $f'(1)$ を、定義に従って 求めよ。

11] 次の関数を微分せよ。

a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ b) $f(x) = (1 + 2x)^3$

12] 2辺が16cm, 10cmの長方形の厚紙がある。四すみから1辺 x の合同な正方形を切り取って、折り曲げ、ふたのない箱を作る。

a) x の取りうる値の範囲を求めよ。

b) x が取りうる範囲での箱の容積の増減を調べ、箱の容積の最大値とそのときの切り取る正方形の1辺の長さを求めよ。